



2010

MAGYAR Geofizika



1993 -nr- -

A MAGYAR GEOFIZIKUSOK EGYESÜLETE FOLYÓIRATA
BUDAPEST, 1964. V. ÉVFOLYAM 4. SZÁM

MAGYAR GEOFIZIKA
a MAGYAR GEOFIZIKUSOK EGYESÜLETE folyóirata

V. évfolyam

4. szám

Szerkesztőség

Magyar Geofizikusok Egyesülete,
Budapest V., Szabadság tér 17.
Telefon: 113—476

Felelős szerkesztő

Dr. SEBESTYÉN KÁROLY

Szerkesztő bizottság

BENCZE PÁL
CZEGLÉDI ISTVÁN
Dr. RENNER JÁNOS

Felelős kiadó

SOLT SÁNDOR

TARTALOMJEGYZÉK

<i>Meskó Attila</i> : Reflexiós szeizmogramok szűrése	1
<i>Tihanyi László</i> : A feltörő vizekről	28
Egyesületi hírek	44

MAGYAR GEOFIZIKA

Felelős szerkesztő: Dr. Sebestyén Károly

Kiadja a Műszaki Könyvkiadó, Budapest V., Bajcsy Zsilinszky út 22. Telefon: 113—450.

Felelős kiadó: Solt Sándor

Ez a folyóirat az MSZ szerint 700 példányban készült

Terjeszti: **MAGYAR GEOFIZIKUSOK EGYESÜLETE**

Megrendelhető egész évre 16,— Ft előfizetési áron, mely összeg a MTESZ 171.249—70. sz. csekkszámájára
fizetendő be.

64.3209. Állami Nyomda, Budapest

Reflexiós szeizmogramok szűrése

MESKÓ ATTILA

A geofizikai kutatás egyik legnagyobb problémája a kívánt jelek elválasztása a felesleges zajoktól. Az információelmélet módszereket ad ezen elválasztás, azaz a szűrés lehető legjobb megvalósítására. A szűrés a felhasználható szűrőtípus, az elérni kívánt cél, a bemenetekről való ismeret, a jósági kritérium pontos megfogalmazása után optimalizálható. A dolgozat rögzített paraméterű lineáris szűréssel foglalkozik. Megállapítja, hogy az automatikus kiértékelés szempontjából a lineáris szűrés nem jelent végső megoldást. Egymagában nem végezheti el a jelek detektálását. Hasznos lehet e jel/zaj arány növelésében, a detektálás megkönnyítésében, előkészítésében.

Одной из самых больших проблем геофизической разведки является отделение полезных сигналов от ненужных шумов. Информационная теория дает методы для наилучшего осуществления такого отделения, т. е. фильтрации. Оптимальные условия фильтрации определяются с учетом имеющегося фильтра, намеченной задачи, особенностей входа, после точного изложения критерия добротности. В статье обсуждается вопрос о линейной фильтрации с заданным параметром. Устанавливается, что с точки зрения автоматической интерпретации линейная фильтрация не означает окончательного решения. Она не может сама по себе производить выделение сигналов. Она может оказаться полезной в увеличении отношения сигнал/шум, в облегчении и подготовке выделения сигналов.

Eines der grössten Probleme der geophysikalischen Erkundung ist die Trennung der nützlichen Signale von den unnötigen Geräuschen. Die Informationstheorie gibt Methoden für die möglichst beste Verwirklichung solcher Trennung, bzw. der Filtration. Die optimalen Bedingungen der Filtration können auf Grund des verwendbaren Filtertyps, des gewünschten Zweckes und des Kentnisses von Eingänge nach der exakten Formulierung des Gütekriteriums bestimmt werden. In der Arbeit wird die lineare Filtration mit festem Parameter beschrieben. Es wird festgestellt, dass von dem Gesichtspunkt der automatischen Auswertung aus betrachtet die lineare Filtration keine endgültige Lösung bedeutet. Sie kann die Detektierung der Signale allein nicht vollführen, jedoch der Steigerung des Signalstörverhältnisses, der Erleichterung und Vorbereitung der Detektierung beitragen.

1. Bevezetés

W. T. Born egy előadásában [1], amelyben a geofizikai eszközök korlátairól beszélt, a legfontosabbnak a zajt jelölte meg. Valóban: a zaj a legváltozatosabb formában minden mérésnél jelen van. Nemcsak a műszerhibák, leolvasási hibák stb. miatti zajok hátrányosak, sőt azok a „veszélyesebbek”, amelyek a módszer, a kutatás céljának szükségszerű velejárói. A geofizikában használt „zaj” kifejezés általánosabb, hogysen beleférjen valamilyen – vagy

néhány – matematikai definícióba. Azt, hogy egy hatás zaj^e vagy sem, sokszor a konkrét feladat dönti el. Könnyű példát mondani a relatív jellegre. Ha felszínközletről akarunk gravitációs anomália térképet kapni, kívánatos eltávolítani a nagyobb mélységű anyagtömegek regionális hatását; míg ha mélybeli viszonyok tisztázása a cél, a sekély sűrűség-inhomogenitások a nem-kívánatos tényezők.

Zajnak fogunk nevezni minden nem óhajtott információt az adataink között. Jelnek mindazokat, amelyeket egyedül szeretnénk látni, amelyeket az adott szempontból hasznosítani akarunk. Minden eljárást, ami az éppen szükséges jelet – a kívánt információt – elválasztja a szükségtelen zajtól – a felesleges információtól – *szűrésnek* nevezhetünk.

A szűrési folyamat mindenképpen információvesztés. Optimálisan véghez-
zük el, ha a kívántból a lehető legkevesebbet hagyjuk el, a szükségtelenből a lehető legkevesebbet tartjuk meg. Működésének alapja a jel és zaj közötti különbségek, eltérő spektrumok, különböző látszólagos sebességek, a jel váratlansága (jósolhatatlansága) stb. Eleve kell valamilyen információval rendelkezni a szűrő bementét illetően. Minél pontosabbak ezek, annál több reményünk van az optimális szűrés elérésére. Az információkat egyrészt a szeizmikus hullám terjedésének elmélete, másrészt maga a szűrendő csatorna nyújtja.

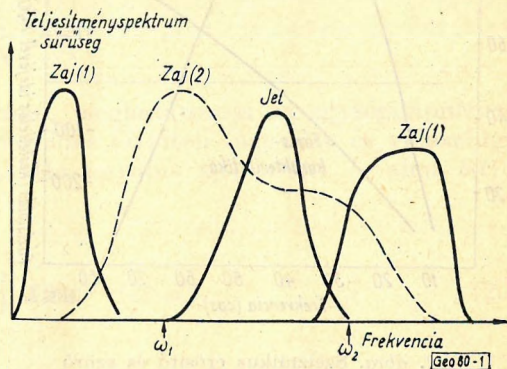
Az adott szűrő definíció igen átfogó. Tartalmazza természetesen a standard módszereket: elektromos szűrőkörök, keverés, korrelálás csatornák és felvételek között, csoportosítás a robbantásnál, illetve a felvevőnél stb. Az információelmélet mindezeket az eljárásokat, módszereket közös szempontból tárgyalja. Egy ilyen általános szempont akkor is nyereség, ha csak az eddigi, egymástól különbözőnek tűnő műveletek rendszerezését, összehasonlítását teszi lehetővé. De az információelmélet ennél sokkal többre képes. Lehetőséget nyújt az optimális választásra. Sok ellentmondást old fel azzal a felismeréssel, hogy a szűrési folyamat sikere a bemenetekről való információtól és a folyamat ezen információhoz való illesztésétől függ. Nem arra törekszik, hogy megtalálja „a” szűrési módot, ami „mindenütt” jó, hanem, hogy a változatos lehetőségek közül kiválassza az adott esetben legmegfelelőbbet. A körülmények és feltételek kiszabásával az optimum megkeresését exaktan megoldható feladattá teszi.

Ebben a dolgozatban a statisztikus jellegű zajok frekvencia tulajdonságok alapján történő eltávolításáról lesz szó, tudatában annak, hogy ez a szűrésnek csak egy részterülete.

A vizsgálatokat a szeizmikus kiértékelés tervezett automatizálása teszi aktuálissá. Nagysebességű elektronikus számítógépek bevezetése rendkívül változatos szűrési lehetőségeket nyújt. Lényeges áttekinteni, kritikailag megvizsgálni az irodalomban ismertetett módszereket, hogy közülük a legjobbat vagy ennek is valamilyen továbbfejlesztését választhassuk majd ki. Szükségesnek látszik a matematikai modell alkalmazhatóság szempontjából is végignézni a cikkeket: [8], [9], [10], [11], [12], [21]; mert a bevezetett egyszerűsítések, elhanyagolások létjogosultsága nem mindig meggyőző. Célunk az, hogy megfelelő segédeszközként alkalmazzuk a matematika eredményeit a konkrét geofizikai feladatra. Az optimum szűrő tervezés ismertetése alapjául az eredeti közleményeket választottam: főleg [6] és [23], továbbá [3], [4], [5], [22]. Kísérleti számításokat magyar magnetofonos regisztrátumokon végeztem.

2. A lineáris szűrés általános egyenletei

A zajok elnyomása a reflexiók szeizmikának kulcskérdése. Utóbbiak a legkülönbözőbb formájúak és eredetűek: felszíni hullám, talajnyugtalanlás, apró reflexiók, diffraktált hullámok, ghostok, többszörösök stb. Már a kutatások kezdetén kihasználták, hogy a reflektált jel és a „zaj” frekvenciaspektruma eltérő. Ez a szűrés alapja lehet. Egyszerűsítve a tényleges helyzetet: a felszíni hullám a spektrum kisfrekvenciás részein, bizonyos háttérzajok magas frekvencián hoznak jelentős energiát, míg a reflexiók jelet a középső frekvenciák jellemzik. (1. ábra folytonos vonala.) Ez sokszor jó közelítés, amit az elektromos sávszűrők hatásossága bizonyít. A szűrőtől csak azt kívánjuk, hogy az ω_1, ω_2 sávot eressze át, az ezen túl eső tartományt lehető meredeken vágja le.



1. ábra. Jel és zaj spektrumok, J. Jones és J. A. Morrison (1954) cikke nyomán

Az elektromos sávszűrők rögzített paraméterű, lineáris szűrést végeznek.

A rögzített paraméter időbeli változatlanyságot jelent. Ha az $x(t)$ bemenetnek $y(t)$ kimenet felel meg, akkor

$$\text{az } x(t+u)\text{-nak: } y(t+u)$$

A linearitás a hatások független összegezhetségével egyenértékű. Pontosabban, ha az

$$x_i(t)\text{-re adott kimenet: } y_i(t), \quad (2.1)$$

akkor $\sum_i a_i x_i(t)$ bementre $\sum_i a_i y_i(t)$ lesz a válasz.

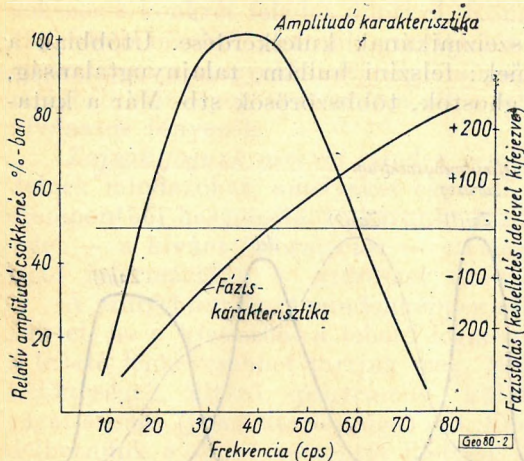
A lineáris rendszerek komplex átviteli függvénnyel jellemezhetők. Az $x(t)$ Fourier transzformáltját jelöljük $X(\omega)$ -val. Azaz:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \quad (2.2)$$

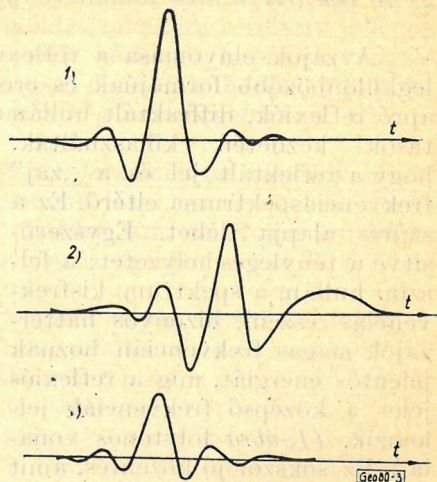
Érvényes, hogyha a bementre az x függvény hat, a kimenet:

$$y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) \cdot H(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (2.3)$$

alakú, amiben a $H(\omega)$ komplex függvény a rendszer átviteli függvénye. $H(\omega)$ egyértelműen meghatározza a szűrőt.



2. ábra. Szeizmikus erősítő és szűrő amplitúdó- és fáziskarakterisztikája



3. ábra. Jeltorzulás fázistolás miatt

1. bemenő jel,
2. zérustól különböző fázistolással szűrt jel,
3. zérus fázistolással szűrt jel.

Adott frekvenciájú jelet a rendszer bizonyos amplitúdó-kicsinyítéssel és időeltolással visz át. Más frekvenciájú jelhez más amplitúdóváltozás és más fáziskésés tartozik. A két hatás mindegyike az ω függvénye. Erről a két hatásról ad számot az amplitúdó- és fáziskarakterisztika.

Jellegzetes szeizmikus erősítőre és szűrőre vonatkozó amplitúdó, illetve fáziskarakterisztikát mutat be a 2. ábra. Az amplitúdó-karakterisztikát szokás domináns jellemzőnek tekinteni. Rendszerint csak ezt adják meg. De a jelalak kifejmálásában fontos szerepe van a fáziskarakterisztikának is. Ezt mutatja be a 3. ábra.

Meg kell jegyezni, hogy bizonyos időkülönbségek léphetnek fel zérus fázistolású szűrő alkalmazása esetén is. Pusztán az amplitúdó-karakteristika-val jellemzett frekvenciaátbocsátó képesség eltérései miatt különböző helyre kerülhetnek például a szűrt csatorna maximumhelyei. Könnyen beláthatjuk ezt egy sematikus példán. Legyen a bemenet két, különböző frekvenciájú szinuszhullám összege:

$$\sin 2\pi f_1 t + \sin 2\pi f_2 t$$

Ha a — különben zérus fázistolású — szűrő eltávolítja az f_1 frekvenciájú komponenszt a kimenet maximumhelyei:

$$t_k^r = \frac{1}{4f_2} \pm \frac{k}{f_2}$$

Ha egy másik szűrő az f_2 frekvenciát nem engedi át, a maximumhelyek:

$$t_k^2 = \frac{1}{4f_1} \pm \frac{k}{f_1}$$

Nyilvánvaló, hogy

$$t_k^1 \neq t_k^2$$

A szűrő másik, szintén egyértelmű, meghatározója az egységimpulzusra adott válaszfüggvénye. A kétféle megoldás (átviteli függvény és válaszfüggvény) között szoros kapcsolat van. Ha ugyanis $x(t) = \delta(t)$ – ahol $\delta(t)$ a Dirac-féle deltafüggvény, akkor:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) e^{-i\omega t} dt = 1 \quad (2.4)$$

[Ennek bizonyítása, ill., a deltafüggvény alapvető ismertetése ld. pl. (7).]

A (2.4)-et beírva (2.3)-ba:

$$y(t) = h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (2.5)$$

ami azt jelenti, hogy az egységimpulzusra adott válaszfüggvény az átviteli függvény Fourier transzformáltja. A $h(t)$ ismeretében a $H(\omega)$ is meghatározható:

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) e^{-i\omega t} dt \quad (2.6)$$

A $h(t)$ ismeretében egy tetszőleges $x(t)$ időfüggvényre adott válasz az

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) x(t-\tau) d\tau \quad (2.7)$$

konvolúció integrállal számítható ki. A (2.7) szemléletesen úgy interpretálható hogy a bemenet múltbeli értékeit az egységimpulzusra adott válaszfüggvény-nel súlyozni kell. Emiatt szokás a válaszfüggvényt súlyfüggvénynek is nevezni.

Amikor pontosabb eredményekhez akarunk jutni, nem fogadhatjuk el, az 1. ábra folytonos vonalának durva közelítését. Valójában a jel és zaj spektrumok jelentősen átfedik egymást: (l. az 1. ábra szaggatott vonala.) Hajlékonyabb karakterisztikákra van szükség. Előnyös, ha több változtatási lehetőségünk van, mint amit a hagyományos RLC körök néhány variációja

megenged. Ennek megvalósítására különböző berendezéseket építettek. Hangsúlyozni kell, hogy ezek csak technikai megvalósításukban térnek el egymástól, nem pedig működésük elveiben. Ezeket – minden lineáris szűrőre azonos módon – a (2.3) és a (2.7) írják le.

3. A szűrési művelet különböző megvalósítási lehetőségei

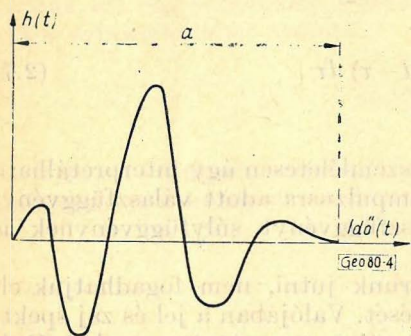
Három megvalósítást mutatunk be az eddig ismertetett elektromos sávszűrőn kívül:

késleltetővonalas,
digitális és
analog konvolúciós, ún. keresztkorrelációs
szűrést. Különbségük csak annyi, hogy eltérő módon végzik el a (2.7) integrál számítását.

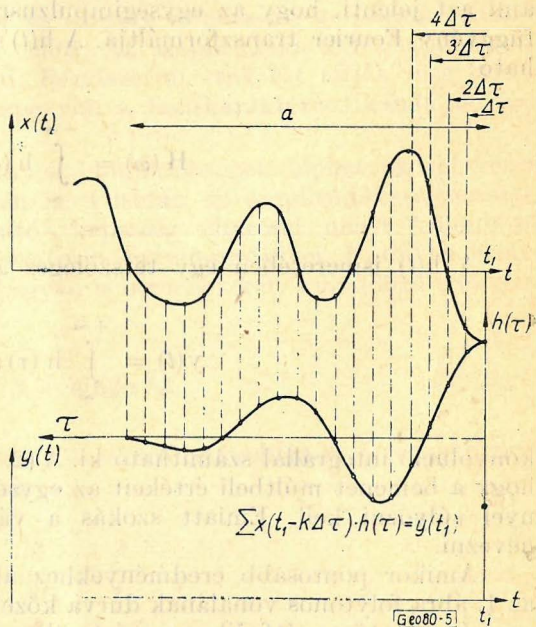
Tegyük fel, hogy a $h(t)$ zérus egy a hosszúságú intervallum kivételével mindenütt, továbbá, hogy a szűrő realizálható: $h(t)=0$, ha $t<0$: (4. ábra). A kimenet

$$y(t) = \int_0^a h(\tau) \cdot x(t-\tau) d\tau \quad (3.1)$$

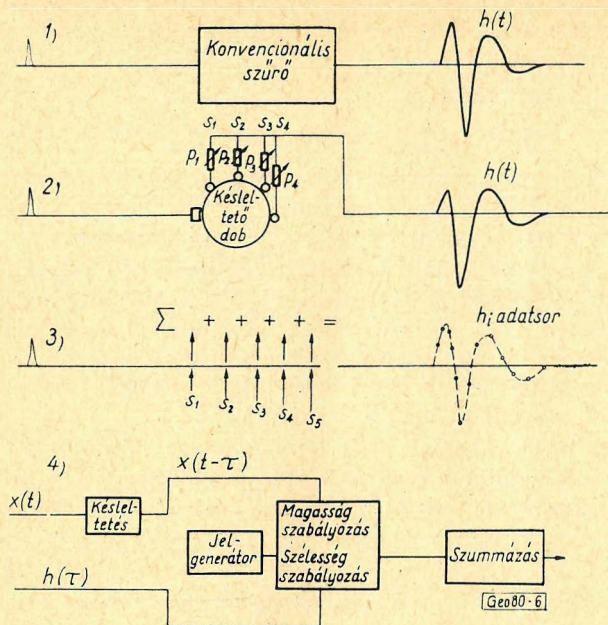
Az integrálás elvégzését illetve az egyes betűk jelentését az 5. ábra szemlélteti. Az integrálközelítő összeg képzése még érthetőbbé teszi a műveletet:



4. ábra. Szűrő súlyfüggvénye



5. ábra. Szűrési művelet elvégzése: integrálközelítő összeg képzése



6. ábra. A szűrési művelet különböző technikai megvalósítási lehetőségei

1. konvencionális,
2. késleltetővonalas,
3. digitális,
4. analóg konvolúció (keresztkorrelációs)

$$y(t) \approx h(0) \cdot x(t) + h(\Delta\tau) \cdot x(t - \Delta\tau) + \dots = \sum_k h(k \cdot \Delta\tau) x(t - k \cdot \Delta\tau) \quad (3.2)$$

A különböző technikai megvalósítású szűrési eljárások összehasonlítása ezek után a 6. ábrán könnyen elvégezhető. Bővebb részletek: [8], [9], [10], [11].

Mindegyik bemenetre hasson egységimpulzusfüggvény. A kimenet a konvencionális szűrő esetén a (2.5) szerint a $h(t)$ súlyfüggvény.

A késleltetővonalas szűrésben [10] a bemeneti jel késleltetővonalra -- itt egy forgó mágnesdobra -- kerül. A kis körökkel jelölt fejekhez folyamatosan növekvő késleltetéssel jut el a jel egy nyommonkövetett fázisa. A $p_1, p_2 \dots$ potenciométerek beállításuktól függően az $s_1, s_2 \dots$ súlyokkal szorozzák a fejek kimeneteit: beleértve az esetleges polaritásfordítást, a negatív előjelet is. A súlyozott kimeneteket összegezzük. A súlyfaktorok, illetve a fejelhelyezések megadják az egységimpulzus válaszfüggvényét -- és a 2-ben mondottak szerint -- ezzel egyértelműen meghatározzák a szűrőt. Ha a fejek egymástól azonos távolságra vannak:

$$h(k \cdot \Delta\tau) = S_{k+1} \quad (3.3)$$

Világos, hogy bármilyen konvencionális sávszűrő utánosztható a p_i potenciométerek és így az s_i súlyfaktorok megfelelő választásával. Csak a $h(t)$ válaszfüggvényt kell a (2.3) szerint beállítani. Az is látható, hogy sokkal több lehetőségünk van a karakterisztika változtatására.

Tetszőleges $x(t)$ bemenetre — ha N egyenlő távolságban elhelyezett fejet alkalmazunk és a jel kiválasztott fázisa ezeket az egyenlő távolságokat $\Delta\tau$ idő alatt teszi meg:

$$y(t) = \sum_{k=0}^{N-1} S_{k+1} x(t - k \cdot \Delta\tau) \quad (3.4)$$

A (3.3) felhasználásával a (3.4) formailag is a (3.2)-be megy át.

A *digitális szűrés* hasonló a késleltetővonalashoz. Csupán a felvevőfejeket kell mintavételi pontokkal, a potenciométerek s , súlyait megadott számsorozattal helyettesíteni [12]. A műveletek közvetlenül leolvashatók a 6. ábra harmadik vonaláról. Az egységimpulzusra adott válasz: a mintavételi pontok helyétől és a hozzájuk tartozó értékektől függ. A (3.3) és (3.4) egyenletek szóról szóra érvényesek maradnak erre az esetre is.

A negyedik megvalósítási mód lényege: egy négyszögjel generátor elég sűrűn szolgáltatott jeleinek magasságát a késleltetett $x(t - k \cdot \Delta\tau)$ jellel, szélességét a beállított $h(\tau)$ súlyfüggvénnyel változtatjuk. Emiatt az impulzus területe az

$$x(t - k \cdot \Delta\tau) \cdot h(k \cdot \Delta\tau)$$

mennyiséggel lesz arányos. Az ilyen módon formált jelek szummázását egy Miller-féle integrátor végzi [9].

A rövid ismertetésből is látszik, hogy a három új és modern szűrési módszer közül is a digitális a leghajlékonyabb. Nincsenek áramköri megkötöttségei. Ugyanez az oka nagyobb pontosságának is. Nem lehet tetszőlegesen sok felvevőfejet elhelyezni, de a súlyfüggvényt meghatározó adatsorunk akármilyen hosszúnak választható. Nyilvánvaló a másik két módszer számos hibaforrási lehetősége és emiatt a megvalósítás nehézségei.

Felmerül a kérdés, milyen gyakran kell a mintavételi pontokat választanunk. Érezhető, hogy gyors változások kielégítő jellemzésére sűrűbb kiolvasások szükségesek. A pontok megfelelő távolsága valamilyen módon a függvény frekvenciális összetételével kapcsolatos. Az információelmélet kvantitatív választ ad a kérdésre ([5], [23]): digitális adatsorral, megfelelően közeli kiolvasásokkal tetszőleges függvény reprodukálható. A szükséges feltétel: a kiolvasások τ_0 távolsága és az ω_h felső határfrekvencia viszonya:

$$\tau_0 \cong \frac{\pi}{\omega_h} = \frac{T_2}{2} \quad (3.5)$$

legyen. 2 msec-ként végezve kiolvasásokat, alatta maradunk a hazánkban használt hagyományos reflexiós berendezések felső határfrekvenciájából számított értéknek ($T_h \approx 3-4$ msec).

Ha nagysebességű adatfeldolgozó gépekkel rendelkezünk és automatikusan el tudjuk végezni a csatornák mintavételi pontjainak kiolvasását a digitális szűrés előnye a többiek felett kétségtelen.

Most már az a kérdés, hogyan használjuk fel ezt a nagy hajlékonyságot, hogyan aknázzuk ki lehetőségeinket a legjobb szűrés megvalósítására. A helyzet ugyanis az, hogy digitálisan akármilyen $h(t)$ megvalósítható.

4. A csatorna statisztikus jellemzői

Átlagos, auto- és keresztkorrelációs függvények.

A választás elvégzéséhez az optimum szűrő elmélet ad szempontokat. A szűrés célja, a használt jósági kritérium, a csatorna jellemzői ismeretében nyújt módszereket a rendszer meghatározására. A csatorna jellemzésére – ebben a dolgozatban – statisztikus függvényeket használunk. Röviden ismertetnünk kell ezek közül a statisztikus átlag, auto- és keresztkorrelációs függvények értelmezését és néhány tulajdonságát.

Legyen x_m diszkrét, rendezetlen változó, ami M számú lehetséges érték valamelyikét veszi fel; $g(x)$ egyértékű függvény. A $g(x_m)$ szintén diszkrét rendezetlen változó lesz. Ennek átlagértékét akarjuk meghatározni. Végezzünk M számú kísérletet (mérést). Ha az x_m $n(x_m)$ -szer fordult elő:

$$g_{\text{átl}} = \frac{g(x_1) \cdot n(x_1) + \dots + g(x_m) n(x_m)}{N} = \sum_{m=1}^M g(x_m) \frac{n(x_m)}{N} \quad (4.1)$$

Az $M \rightarrow \infty$ határértékre való áttérésnél a relatív gyakoriságok helyett valószínűségeket írva:

$$E[g(x)] = \sum_{m=1}^M g(x_m) P(x_m) \quad (4.2)$$

– ahol E jelöli az átlagképzést (a továbbiakban is ezt a jelölést fogjuk használni); $P(x_m)$ az x_m változó előfordulásának valószínűségét.

Ha folytonos változóról van szó:

$$E[g(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \cdot p(x) dx \quad (4.3)$$

Az átlagképzésre érvényes:

a) rendezetlen változók súlyozott összegének átlaga egyenlő az átlagok súlyozott összegével:

$$F[ax + by] = a \cdot E[x] + b \cdot E[y] \quad (4.4)$$

b) statisztikusan független változók szorzatának átlaga az átlagok szorzatával egyenlő:

$$E[h(x) \cdot f(y)] = E[h(x)] \cdot E[f(y)] \quad (4.5)$$

Ha x_1 és x_2 jelöli a t_1 , illetve t_2 időben előfordulható változókat, az autokorrelációs függvény:

$$R_{x_1 x_2}(t_1 t_2) = E[x_1 x_2] \quad (4.6)$$

Stacionárius folyamat autokorrelációs függvénye csak a t_1 és t_2 idők közötti különbségtől függ:

$$R_x(t, t + \tau) = R_x(\tau) = E[x_t \cdot x_{t+\tau}] \quad (4.7)$$

Folytonos t esetén:

$$R_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(t) \cdot x(t + \tau) dt \quad (4.8)$$

Az $x(t)$ és $y(t)$ keresztkorrelációs függvényének definíciója stacionárius folyamatra:

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} y(t) \cdot y(t + \tau) dt \quad (4.9)$$

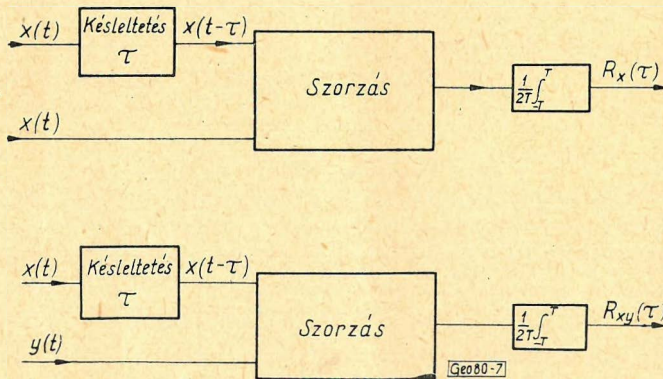
(Ha a folyamat nem stacionárius, a keresztkorrelációs függvény a τ késleltetésen kívül a folyó t időtől is függ.)

(4.8) és (4.9) előállításának bloksémáját a 7. ábra mutatja be. Gyakorlati számításoknál az integrált szummával közelítjük, a T -t pedig véges — de megfelelően nagy — értéknek választjuk. Ha az $x(t)$ -ből N számú pontot ismerünk és a

$$\tau = n \cdot \tau_0$$

összefüggésével definiáljuk a késleltetésre jellemző n számot:

$$R_x(n \cdot \tau_0) \approx \frac{1}{N+1-n} (x_0 \cdot x_n + x_1 \cdot x_{n-1} + \dots + x_{N-n} \cdot x_N) \quad (4.10)$$



7. ábra. Auto- és keresztkorrelációs függvények számításának bloksémája

Szükséges – (Shannon [5]), hogy:

$$n_{\max} \leq \frac{N}{10}, \text{ vagy } 10 \cdot n_{\max} \leq N \quad (4.11)$$

legyen. A számításhoz felhasznált intervallumnak legalább tízszer akkorának kell lenni, mint a maximális késleltetés. Ez felel meg annak, hogy T elég nagy.

A (4.8) definícióból közvetlenül adódik, hogy:

$$R_x(-\tau) = R_x(\tau)$$

Rövid számolással belátható az is, hogy:

$$R_x(\tau) \leq R_x(0)$$

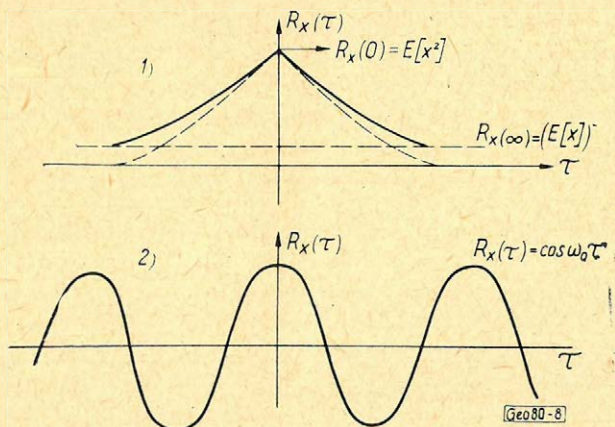
Az autokorrelációs függvényt normálni szokás úgy, hogy $R_x(0) = 1$ legyen. Gyakorlati esetben, amikor a (4.10) szerint egyes pontokban számítjuk a függvény értékét, úgy járunk el, hogy az $R_x(0)$ -al minden további értéket elosztunk.

A korrelációs függvények szoros kapcsolatban vannak az $x(t)$ és $y(t)$ periodicitásaival. Néhány egyszerű példát mutatunk be.

a) Ha $x(t)$ -ben nincsen periodicitás az autokorrelációs függvényt a 8. ábra felső vonala mutatja. A $\tau = 0$ -ban:

$$R_x(0) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x^2(t) dt = E[x^2(t)] \quad (4.12/a)$$

szerint a négyzetes középértéket kapjuk.



8. ábra. Jellegzetes autokorrelációs függvény alakok:

1. rendezetlen folyamat periodicitás nélkül,
2. periodikus jel

Ha $\tau \rightarrow \pm\infty$:

$$\lim_{\tau \rightarrow \pm\infty} R_x(\tau) = (E[x(t)])^2 \quad (4.12/b)$$

az átlagérték négyzetét. A t tengelyt úgy szokás felvenni, hogy az átlagérték zérus legyen – szaggatott vonal a 8. ábrán. A változás a $\tau = 0$ és $\tau \rightarrow \pm\infty$ között monoton csökkenés.

$$b) \text{ Ha } x(t) = A \cdot \sin(\omega_0 t + \Theta) \quad (4.13/a)$$

a normált autokorrelációs függvény egyszerű számítás után:

$$R_x(\tau) = \cos \omega_0 \tau \quad (4.13/b)$$

Az autokorrelációs függvény – ahogyan a (4.13) speciális esetben – általában is megőrzi az $x(t)$ egyes frekvenciáiról való információt és elveszti a fázisokról szólót. Az $x(t)$ $S_x(\omega)$ teljesítményspektrumának az $R_x(\tau)$ -val való összefüggése, a Wiener–Hincsin tétel szerint:

$$S_x(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (4.14)$$

Az inverz transzformációt képezve:

$$R_x(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(\omega) \cdot e^{i\omega\tau} d\omega \quad (4.15)$$

Érdekes speciális eset az, amikor $\tau = 0$:

$$R_x(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(\omega) d\omega = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt \quad (4.16)$$

A keresztkorrelációs függvény definíciójából, a (4.9)-ből következik, hogy:

$$R_{xy}(\tau) = R_{yx}(\tau) \quad (4.17)$$

A keresztkorrelációs függvény az ún. keresztspektrummal hozható kapcsolatba:

$$S_{xy}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xy}(\tau) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (4.18)$$

az inverz transzformáció:

$$R_{xy}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{xy}(\omega) \cdot e^{i\omega\tau} d\omega \quad (4.19)$$

A keresztspektrum kifejezhető az $x(t)$ és $y(t)$ spektrumaival. Ha $\dot{\Theta}_x(\omega)$ és $\Theta_y(\omega)$ jelenti a fázis-spektrumokat, $S_x(\omega)$ és $S_y(\omega)$ a teljesítményspektrumokat:

$$S_{xy}(\omega) = \sqrt{S_x(\omega) \cdot S_y(\omega)} \cdot e^{i[\Theta_x(\omega) - \Theta_y(\omega)]} \quad (4.20)$$

Abszolútértékre áttérve:

$$|S_{xy}(\omega)| = \sqrt{S_x(\omega) \cdot S_y(\omega)} \quad (4.21)$$

A (4.21)-ből látható, hogy a keresztspektrum csak a közös frekvenciákat tartja meg. Ha valamelyik frekvencia az $S_x(\omega)$ -ban vagy az $S_y(\omega)$ -ban zérus teljesítménnyel szerepel, ugyanígy fordul elő a szorzatukban is.

5. Optimum szűrő tervezés

Célunk: valamilyen értelemben „legjobb”, optimális rendszer meghatározása. Azt, hogy melyik rendszert tartjuk a legjobbnak, több feltétel szabja meg. Ezek előírása többnyire a megvalósítás útját is kijelöli. Közülük a lényegesebbek:

1. a rendszerek milyen osztályában keressük az optimálisat;
2. mi az optimálisan elvégzendő feladat;
3. milyen mennyiséget használunk a cél megközelítésének mérésére; vagy rövidebben: mi a jósági kritérium;
4. milyen ismeretek állnak rendelkezésre a bemenetekről;
5. gazdasági szempontok (egyszerűség, olcsóság stb.)

1. Szűrőnk működését a 2-ben felsorolt egyenletek írják le. A rögzített paraméterű, lineáris szűrők között keressük az optimális súlyfüggvényt. Bizonyos esetekben azt is feltesszük még, hogy:

$$h(t) = 0, \text{ ha } t < 0.$$

Ez egyenértékű a szűrő (fizikai) realizálhatóságával.

2. Két, némileg különböző feladatesoporttal foglalkozunk:

a) kivonni a jelet a jel/zaj keverékből a lehető legkisebb jeltorzulással. Teljes általánosságban megfogalmazva: célunk a jel zajjal terhelt múltjából a jel valószínű folytatásának, jövőjének meghatározása.

Adott a bemeneten: $y(t) = s(t) + n(t)$

keressük az $s(t + \eta)$ függvényt. ($\eta > 0$)

A simítás (smoothing) ennek az általános feladatnak az $\eta = 0$ választással specializált esete. Egy másik lehetséges egyszerűsítés: a bemenetre nem hat zaj és $s(t)$ ismeretében az $s(t + \eta)$ -t akarjuk előállítani. A feladat mindegyik esetben a jel valódi alakjának megközelítése valamilyen értelemben.

b) Bizonyos esetekben nem lényeges a jel konkrét alakja, csak azt kérdezzük: van-e jel a vizsgált időintervallumban vagy nincs? Ilyenkor a jel/zaj arány növelése a cél.

3. Ha a kívánt kimenet: $s(t)$, a tényleges: $z(t)$; akkor az $s(t)$ és $z(t)$ valamilyen $f(s, z)$ függvénye — valamilyen értelemben — mértéke a működés hatásosságának. Célszerű olyan mennyiséget alkalmazni, ami csak az $s(t)$ és $z(t)$ különbségétől függ.

A gyakorlatban leginkább az

1. $P(|z - s| > \varepsilon)$
2. $E(|z - s|)$
3. $E[(z - s)^2]$

választások terjedtek el. Az 1-ben a jósági kritérium annak valószínűsége, hogy az eltérés a várttól valamilyen küszöbnél nagyobb. Olyan esetben célszerű alkalmazni, amikor egy bizonyos határon túli eltérések egyformán rosszak; míg az ezen belül eső értékek megfelelők. Optimális működés esetén: $P \approx 0$.

A 2. választás az eltérések abszolút-értékének átlagát használja. Az abszolútérték jel miatt nehezen kezelhető.

Legmegfelelőbb a 3., az eltérések négyzeteinek átlaga. Számítható a bemenet korrelációs függvényei és a rendszer átviteli függvénye ismeretében. Minimálissá tétele lehetővé teszi a legjobb átviteli függvény meghatározását. Ezt, az átlagnégyzetes hibát használja Wiener és elméletének továbbfejlesztői. Levezetéseinkben — Wiener [6] — gondolatmenetét követve — mi is ezt alkalmazzuk.

4. Már 1-ben megjegyeztük, hogy eleve kell valamilyen információval rendelkezni a bemenetekről. Természetesen nincs szó pontos ismeretekről — akkor nem lenne szükség szűrésre — hanem valamilyen átlagos, statisztikus jellemzőről. A jel és zaj auto-, illetve keresztkorrelációs függvényeinek ismeretét fogjuk feltételezni. Ezzel természetesen egyenértékű a teljesítményspektrumok ismerete.

5. Ez a szempont, ti. a rendszer költségei most következő megmondásainkban nem fog szerepet játszani. Természetesen rendszeres feldolgozásnál már nem hanyagolhatjuk el ezt a tényezőt sem.

a) Először a *jósló és simító típusú szűrővel* foglalkozunk.

Elméletének kidolgozása Wiener és Kolmogorov nevéhez fűződik.

Az általános — összetett — feladat megfogalmazása:

Adott az

$$y(t) = s(t) + n(t)$$

bemenet; keressük azt a rögzített paraméterű, $h(t)$ súlyfüggvényű, lineáris szűrőt, amelyik a kimenetén a t időben az

$$s(t + \eta) \quad [\eta > 0]$$

átlag-négyzetes értelemben legjobb közelítést adja.

Rendelkezésre állnak: az $y(t)$ teljes múltja, az összes auto- és keresztkorrelációs függvények. Feltesszük, hogy $s(t)$ és $n(t)$ valós értékűek és tágabb értelemben véve stacionáriusak. Ez utóbbi azt jelenti, hogy $s(t)$ és $n(t)$ várható értéke, szórása és az autokorrelációs függvények függetlenek az idő-origó választásától.

Egy $h(t)$ súlyfüggvényű szűrő kimenete $y(t)$ bemenet esetén:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \cdot y(t-\tau) d\tau \quad (5.1)$$

az átlag-négyzetes hiba:

$$\varepsilon = E \left\{ \left[s(t+\eta) - \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \cdot y(t-\tau) d\tau \right]^2 \right\} \quad (5.2)$$

Elvégezve a négyzetreemelést és tagonként az átlagolást, továbbá felhasználva a (4.2)–(4.7) összefüggéseket:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= E[s^2(t+\eta)] - 2 \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \cdot E[s(t+\eta) \cdot y(t-\tau)] d\tau + \\ &+ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \cdot h(\mu) \cdot E[y(t-\tau) \cdot y(t-\mu)] d\tau d\mu = \\ &= R_s(0) - 2 \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) R_{sy}(\eta+\tau) d\tau + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) h(\mu) R_y(\tau-\mu) d\tau d\mu \quad (5.3) \end{aligned}$$

A hiba a jel és zaj függvényekhez csak az $R_s(0)$, R_{sy} , R_y auto-, ill. kereszt-korrelációs függvényeken keresztül kapcsolódik.

Az optimális $h(t)$ az lesz, ami minimálissá teszi az ε hibát. A $h(t)$ meghatározását ezzel variációszámítási feladatra vezettük vissza.

Tegyük fel, hogy $g(t)$ egy – a feladat megfogalmazásában leírt osztályba tartozó – különben tetszőleges szűrő válaszfüggvénye. Akkor $f(t) = h(t) + \lambda \cdot g(t)$, (λ tetszőleges konstans), szintén ebbe az osztályba tartozó szűrő súlyfüggvénye. Ha $h(t)$ valóban optimum, akkor az $f(t)$ súlyfüggvénnyel az (5.3) jobb oldala csak nőhet. Az $f(t) = h(t) + \lambda \cdot g(t)$ behelyettesítésével nyert és az eredeti jobb oldal különbsége mindenképpen nem-negatív. A műveletek nem részletezett elvégzése után ez a:

$$\begin{aligned} 2\lambda \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) g(\mu) R_y(\tau-\mu) d\tau d\mu - \int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau) R_{sy}(\eta+\tau) d\tau \right] + \\ + \lambda^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau) \cdot g(\mu) R_y(\mu-\tau) d\tau d\mu \cong 0 \quad (5.4) \end{aligned}$$

egyenlőtlenségre vezet.

A második tagról belátható, hogy mindig pozitív. Ha a szögletes zárójelben álló kifejezés zérustól különböző a λ megfelelő nagyságúra és előjelűre választása negatívvá teheti a teljes baloldalt. Meg kell követelni, hogy:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) g(\mu) R_y(\tau - \mu) d\tau d\mu - \int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau) R_{sy}(\eta + \tau) d\tau = 0 \quad (5.5)$$

legyen. Rendezve:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau) \left[\int_{-\infty}^{+\infty} h(\mu) \cdot R_y(\tau - \mu) d\mu - R_{sy}(\eta + \tau) \right] d\tau = 0 \quad (5.6)$$

Az egyenlőség az összes megengedett $g(t)$ függvényre csak akkor igaz, ha

$$R_{sy}(\tau + \eta) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\mu) \cdot R_y(\tau - \mu) d\mu \quad (5.7)$$

Megmutatható, hogy az (5.7) egyenlet kielégítése nemcsak szükséges, de elégséges feltétele is annak, hogy $h(t)$ optimum legyen.

Mivel a jobb oldal konvolúció típusú, az (5.7) Fourier transzformációval megoldható. Szorozva $\exp(-i\omega\tau)$ -vel és integrálva $-\infty$ és $+\infty$ között, továbbá felhasználva a (4.14)-et, kapjuk:

$$\begin{aligned} e^{i\omega\eta} \cdot S_{sy}(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} R_{sy}(\tau + \eta) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(\mu) R_y(\tau - \mu) \cdot e^{-i\omega\tau} d\mu d\tau = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} h(\mu) e^{-i\omega\mu} d\mu \int_{-\infty}^{+\infty} R_y(\xi) e^{-i\omega\xi} d\xi = H(\omega) \cdot S_y(\omega) \end{aligned} \quad (5.8)$$

amiből:

$$H(\omega) = \frac{S_{sy}(\omega)}{S_y(\omega)} e^{i\omega\eta} \quad (5.9)$$

Illetve:

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega) e^{i\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{S_{sy}(\omega)}{S_y(\omega)} \cdot e^{i\omega(t+\eta)} d\omega \quad (5.10)$$

Az (5.9) és (5.10) egyenletekkel leírt szűrő pontosan nem valósítható meg. Nemcsak a jel múltja, hanem teljes jövője is szükséges a kimenet kialakításához. Az 5. ábrára vetett pillantás meggyőző arról, hogy a $h(t) \neq 0$, $t < 0$

olyan szűrőt jelent, ami a t idő után történendőket is ismeri. A kimenet „el van maradva” a legutolsó feldolgozott bemeneti adat mögött. Az (5.7) végtelen késleltetést jelent. A szűrő jól megközelíthető, ha a bemeneti adatok nagy száma ismeretes a szűrés megkezdése előtt. Ez most teljesül. A szűrést a teljes szeizmogram ismeretében kezdhethetjük el.

Ha pusztán simítás a cél:

$$\eta = 0 \text{ és } H(\omega) = \frac{S_{sy}(\omega)}{S_y(\omega)} \quad (5.11)$$

Abban az esetben, ha a jel és a zaj korrelálatlanok és külön-külön zérus átlagértékűek (meg kell jegyezni, ez a szeizmikában nem érvényes) az (5.11) különösen szemléletes jelentésűvé alakítható:

$$H(\omega) = \frac{S_s(\omega)}{S_s(\omega) + S_n(\omega)} = 1 - \frac{S_n(\omega)}{S_y(\omega)} \quad (5.12)$$

Eszerint a legjobb simítás akkor adódik, ha a bemeneti spektrumot azoknál a frekvenciáknál csökkentjük a legerősebben, amelyekre a zajspektrum aránya a jelhez viszonyítva nagy.

Ha nem akarunk késleltetést alkalmazni — realizálható szűrő — ki kell kötni, hogy $h(t) = 0$, ha $t < 0$. A levezetés változatlan az (5.7)-ig. Ezután egy vele analóg, de a realizálhatóságot figyelembe vevő integrálegyenletre jutunk:

$$R_{sy}(\tau + \eta) = \int_{\tau \approx 0}^{\infty} h(\mu) R_y(\tau - \mu) d\mu \quad (5.13)$$

Az (5.13)-at nem lehet megoldani Fourier transzformációval az alsó integrálási határ miatt. Nem részletezem a $h(t)$ előállítását ebben az esetben. Lényeges gondolata az $S_y(\omega)$ faktorizálása, tényezőkre bontása, amelyek bizonyos kívánatos tulajdonságokkal rendelkeznek. A végeredmény:

$$H(\omega) = \frac{1}{G(\omega)} \cdot \int_0^{\infty} e^{-i\omega\tau} d\tau \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega'(\tau+\eta)} \frac{S_{sy}(\omega')}{G^x(\omega')} d\omega' \quad (5.14)$$

— ahol $G^x(\omega)$ a $G(\omega)$ komplex konjugáltját jelöli és

$$|G(\omega)|^2 = S_y(\omega)$$

A $h(t)$ természetesen inverz Fourier transzformációval kapható a $H(\omega)$ -ból:

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (5.15)$$

Az (5.14) integrál számítása még a legegyszerűbb esetben is nehéz. Eddigi célunk: előállítani egy jel alakját zajjal többé-kevésbé elfedett múltja ismeretében bizonyos esetekben szerényebben helyettesíthetők: a jel pusztán helyének megkeresésével. Ez megengedhető első közelítés a szeizmikában is. Ilyenkor a detektálási valószínűséget kell növelnünk. Eljutottunk a másik szűrés-típushoz, az ún. detektáló szűrőhöz.

b) A jel/zaj arány maximalizálása (pre-detection szűrés)

A detektáló szűrő elméletét is csak a szeizmikus alkalmazásokhoz szükséges terjedelemben ismertetem. Bő irodalmával kapcsolatban csak a [6] és [23], illetve [13], [14]-re utalok.

Ha L jelöli a szűrővel végrehajtott lineáris operációt az

$$y(t) = s(t) + n(t)$$

bemeneten, akkor a kimenet:

$$y_o(t) = L[s(t) + n(t)] = L[s(t)] + L[n(t)] \quad (5.16)$$

Vezessük be az

$$L[s(t)] = s_o(t)$$

$$L[n(t)] = n_o(t)$$

jelöléseket.

Nevezzük a jobb oldalon álló kifejezéseket kimeneti jelnek, illetve zajnak.

A kimeneti jel/zaj viszonyon az:

$$\left(\frac{S}{N} \right)_o = \frac{s_o^2(t)}{E[n_o^2(t)]} \quad (5.17)$$

menyiséget fogjuk érteni.

Ennek maximalizálása a feladat valamilyen $t=t_1$ időpontban.

Jelölje az — egyelőre ismeretlen — jel/zaj arányt: $1/m$. Akkor tetszőleges szűrőre érvényes, hogy

$$E[n_o^2(t_1) - m \cdot s_o^2(t_1)] \cong 0 \quad (5.18)$$

és az egyenlőségjel csak az optimális szűrő esetén érvényes. A szűrés hasznát ideig, az optimum szűrő súlyfüggvényét jelölje: $h(t)$, egy másik lineáris szűrőt: $g(t)$. A későbbiek egyszerűsítése kedvéért $g(t)$ legyen olyan tulajdonságú, hogy

$$\int_0^T g(\tau) \cdot s(t_1 - \tau) d\tau = 0$$

Érvényes, hogy

$$\begin{aligned}s_o(t_1) &= \int_0^T h(\tau) \cdot s(t_1 - \tau) d\tau \\ h_o(t_1) &= \int_0^T h(\tau) \cdot n(t_1 - \tau) d\tau\end{aligned}\quad (5.19)$$

Ha a $h(t)$ helyett a $h(t) + \lambda g(t)$ -t alkalmazzuk, más kimeneti jel és zaj értékeket kapunk: $s'_o(t)$ -t és $n'_o(t)$ -t. Ezekkel is elkészíthetjük az (5.18) bal oldalát. Ha $h(t)$ valóban optimális, az új bal oldal és az (5.18) bal oldalának különbsége nem-negatív. Mivel λ tetszőleges érték, szorzójának el kell tűnnie. Ebből:

$$\int_0^T g(\tau) d\tau \int_0^T h(\mu) R_n(\tau - \mu) d\mu = 0 \quad (5.20)$$

A $g(t)$ -re adott megszorítást figyelembevéve az (5.20)-ból:

$$\begin{aligned}\int_0^T h(\mu) \cdot R_n(\tau - \mu) d\mu &= \alpha \cdot s(t_1 - \tau) \\ O &\leq \tau \leq T\end{aligned}\quad (5.21)$$

adódik, ahol az α konstans. (Értéke nem befolyásolja a jel/zaj arányt.) Bebizonyítható az is, hogy az (5.21) integrálegyenletet kielégítő $h(t)$ valóban optimális. Az (5.21) szükséges és elégséges feltétel.

Az (5.21) egyenlet megoldása általában nehéz és különböző közelítésekkel történik. De ha a zaj fehér zaj (nincsen benne kitüntetett frekvencia) akkor:

$$R_n(t) = N \cdot \delta(t)$$

— ahol N a zajteljesítmény, $\delta(t)$ a deltafüggvény és az (5.21)-ből:

$$N \int_0^T h(\mu) \delta(\tau - \mu) d\mu = s(t_1 - \tau) \quad (5.22)$$

ill. a deltafüggvény tulajdonságai miatt (ld. pl. [7]), hogy ti. kiválasztja az integrandusból azt az értéket, aminél a saját argumentuma zérus:

$$N \cdot h(\tau) = s(t_2 - \tau)$$

illetve:

$$h(\tau) = \frac{1}{N} \cdot s(t_1 - \tau) \quad (5.23)$$

Az (5.23) szemléletes jelentése: az optimális súlyfüggvény a várt jel időbeli inverze. Ez az alapja a [9] analízisnek.

6. Az optimumszűrő megvalósítási lehetőségei

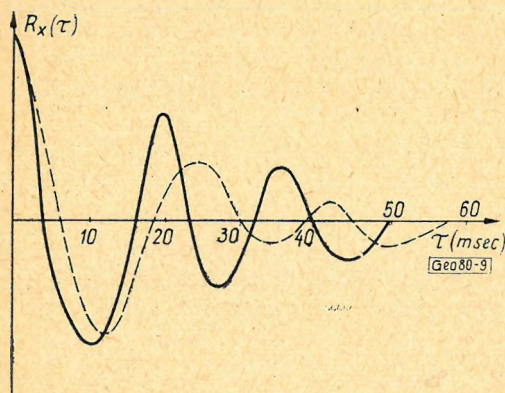
Alapfeltevések vizsgálata, egyszerűsítések.

Az összes levezetésekben feltettük, hogy a szűrendő folyamat tágabb értelemben véve stacionárius, ami többek között azt jelenti, hogy a teljes bemenet: $y(t)$ autokorrelációs függvénye időben állandó. Ellenőrzésül egy kiválasztott szeizmogramon, 1963. jún. 11-én, Kisújszálláson felvett 25/7 jelzésű magnetofonos regisztrátumon végeztünk számításokat. A visszajátzás AVC-vel, alulvágó szűréssel – jelzése 0/24 és 10/24 –, keverés nélkül történt. A szalag 2. csatornáján 0,3 és 3,3 sec között 2,5 msec-ként olvastunk ki értékeket. Ezután 0,5 sec-os intervallumokat alakítottunk ki: 0,3–0,8; 0,8–1,3; között; 200–200 adattal. Kiszámítottuk az autokorrelációs függvényeket a (4.10) képlet szerint 50 msec maximális késleltetésig. A normálást is elvégeztük úgy, hogy $R_x(0) = 1$ legyen.

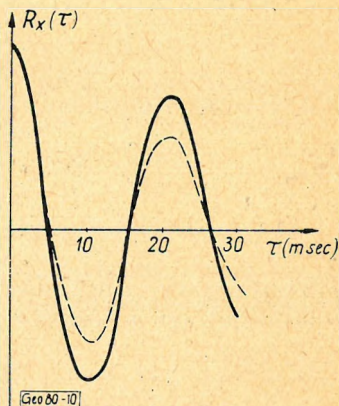
A számítási intervallum nagyságát az szabta meg, hogy egyrészt a maximális késleltetésig legalább 3–4 tengelymetszést akartunk kapni (ami kb. 30–40 msec); másrészt az a követelmény, hogy a számításhoz felhasznált intervallum legalább $10 \cdot \tau_{\max}$ legyen.

Az autokorrelációs függvény nem állandó. Szabályos változást mutat a szeizmikus csatorna mentén. A domináns frekvencia csökken, ami megfelel annak, hogy a szeizmikus hullám terjedése folyamán az energia maximuma a spektrum alacsony-frekvenciás része felé tolódik el ([15], [16]).

A két szélső esetet: a 0,3–0,8 sec intervallum (folytonos vonal) és a 2,8–3,3 sec intervallum (szaggatott vonal) autokorrelációs függvényeit mutatja be a 9. ábra.



9. ábra. Autokorrelációs függvények



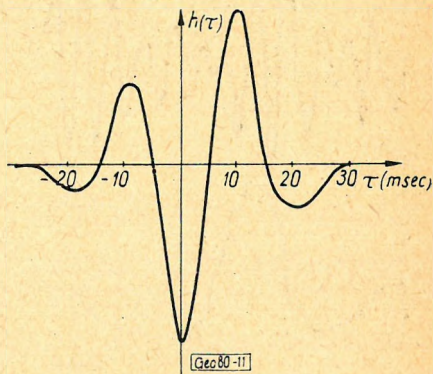
10. ábra. Autokorrelációs függvények összehasonlítása

A következő feltétel, hogy a jel autokorrelációs függvénye és a teljes bemenet autokorrelációs függvénye között szignifikáns különbség legyen. Elkészítettük ezért egy kétségtelen reflexiót tartalmazó intervallum $R_x(\tau)$ autokorrelációs függvényét is az 1,2 sec körüli, közelítőleg 0,25 sec hosszúságú intervallum felhasználásával. A maximális késleltetés (4.11) csak 25 msec-ig mehetett. Az ugyanezen intervallumbeli (0,8–1,3 sec) teljes bemeneti autokorrelációs függvénnyel való összehasonlítás rendkívüli hasonlóságra hívja fel a figyelmet: 10. ábra. Ugyanezt a vizsgálatot más reflexiókra is elvégeztük és megegyező eredményre jutottunk. Nem magyarázható a hasonlóság azzal, hogy a mondott intervallum autokorrelációs függvényének jellegét az ott levő nagy reflexió szabja meg. $R_x(\tau)$ teljesen szabályos változás sorának egy tagja. Nehéz tehát különbséget tenni a „hasznos” reflexió és a „haszon-talan” egyéb mozgások között. (A felszíni hullámot, ami markáns eltérést mutat, már a geofonnál kiszűrtük!)

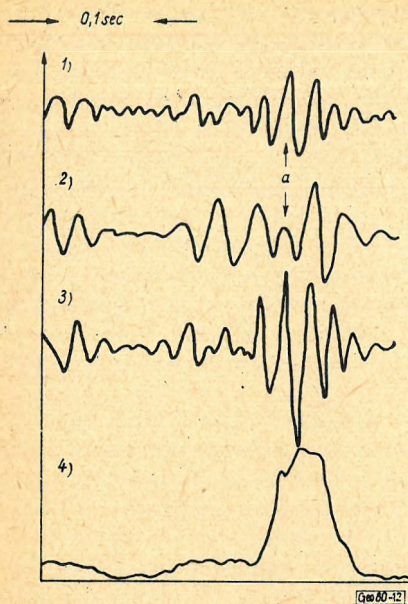
Ez a megállapítás, ami azt jelenti, hogy a szűrő optimalizáció nemcsak nehezen elvégezhető, hanem alapfeltevései sem teljesülnek pontosan, tulajdonképpen előrelátható volt. Összhangban van a Ricker elmélettel ([15], [16]); azzal a felfogással, hogy a szeizmogram zajháttere nagyszámú kis, reflexiós és refrakciós hullámúton beérkező jel eredője ([17], [18], [19]). A változás nem túl gyors, úgy, hogy a feldolgozásnál kijelölhetők olyan intervallumok, amikre a stacionaritás elég jó közelítést jelent. Mindenesetre optimális kiértékelés nem végezhető a csatorna mentén állandó $h(t)$ -vel.

Láttuk 5-ben, hogy a szűréshez használt információk a bemenetről: simító, illetve jósló szűrőnél az R_{sy} keresztkorrelációs — és az R_y autokorrelációs függvények (5.7, 5.11); a detektáló szűrőnél a zaj autokorrelációs függvénye és a várt jel alakja (5.21).

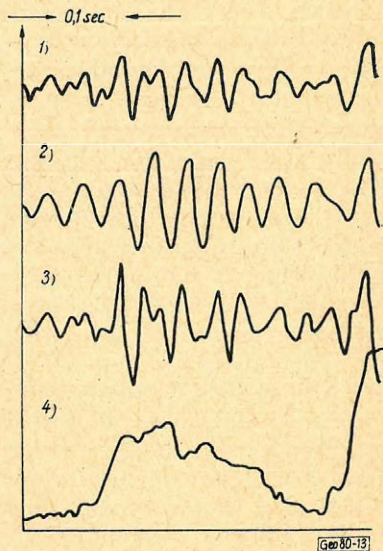
Ezek közül valóban csak az R_{sy} számítható. Úgy látszik az 5-ben leírt elveket nem vihetjük át a gyakorlatba. Valójában nem ilyen reménytelen a helyzet. Bizonyos egyszerűsítő feltevések alkalmazásával mind a Wiener-féle jósló és simító szűrőt, mind a detektáló szűrőt megközelíthetjük. (Más kérdés, hogy milyen sikerrel.) Utóbbinál az $R_h(t) = N \cdot \delta(t)$ választással (Gauss zaj feltételezése) már az 5-ben is sikerült az (5.22) szűrési elvet levezetni, amihez már csak a várt jel alakjának ismerete szükséges. A $h(t)$ a várt inverze lesz. Ez utóbbi meghatározására és becslésére több lehetőség kínálkozik ([9], [17], [19]). A különböző módszerek eredményeinek összehasonlítása egy további analízis célja lesz. Első tájékozódásként végzett számításaimban a 11. ábrán bemutatott $h(t)$ -t használtam. Meghatározására kétségtelen reflexiót jelentő hullámbeérkezések szumázása szolgált. A hiba, amit a pontos jelalaktól való eltérés okoz, valószínűleg nem nagyobb, mint amit a zajról tett közelítés jelent. A későbbi részletesebb analízisben természetesen intervallumonként változó jelalakot kell majd használnunk. A konvencionális szűréssel való összehasonlítás elvégezhető a 12–15. ábrákon. Az 1. vonal az



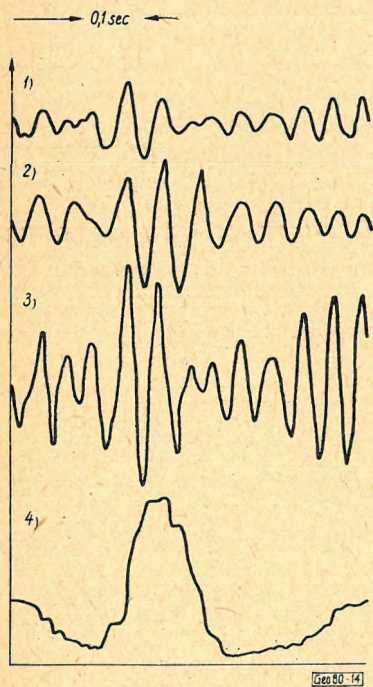
11. ábra. Keresztkorrelációs analízishez használt súlyfüggvény



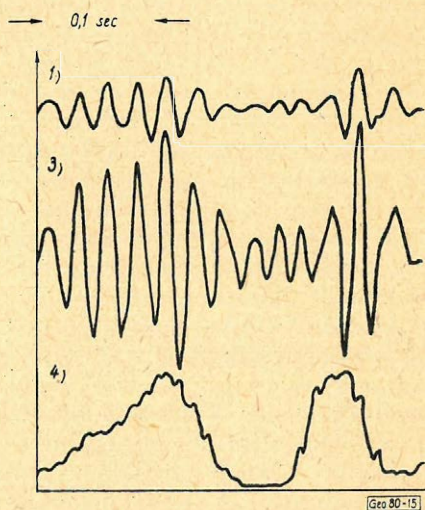
12. ábra. Különböző szűrési módszerek összehasonlító vizsgálata 1,0 – 1,3 sec intervallum



13. ábra. Különböző szűrési módszerek összehasonlító vizsgálata 1,3 – 1,6 sec intervallum



14. ábra. Különböző szűrési módszerek összehasonlító vizsgálata 1,5 – 1,8 sec intervallum



15. ábra. Különböző szűrési módszerek összehasonlító vizsgálata: 1,7 – 2,0 sec intervallum

eredeti szeizmogram görbéje, a 2. a hagyományos, a 3. a keresztkorrelációs szűrés eredménye. Az ábrák, a megfelelő sorrendben az 1,0–1,3, 1,3–1,6; 1,5–1,8; 1,7–2,0 sec-os intervallumokat mutatják. Látszik, hogy a keresztkorrelációs szűrés – legalábbis ebben az esetben – a konvencionálisnál valamivel hatásosabban növeli a jel/zaj arányt és kevésbé módosítja az eredeti csatorna jellegét (pl. a 12. ábrán az a-val jelölt hely).

A Wiener-szűrő koncepcióját a következő módon egyszerűsíthetjük geofizikai analízis céljaira (8).

1. A jósláshoz használt, a $h(t)$ -t reprezentáló számsort nem a korrelációs függvényekből, hanem közvetlenül a csatornakiolvasásokból határozzuk meg egy intervallumon, az ún. operátorintervallumon a legkisebb négyzetek módszerével.

2. Csak a zajt jósoljuk meg.

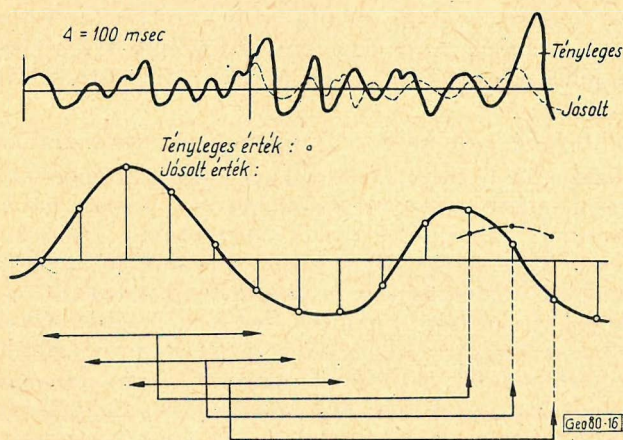
3. A jóslt értéket kivonva a tényleges csatornából ún. jóslási hibát kapunk. Azt várjuk, hogy a reflexiók helyén a hiba jelentősen megnő.

Az egyes lépéseket szemlélteti a 16. ábra. Számításaimban némileg eltértem a [8]-ben leírt módszertől, mert jóslásra csak egy csatornát használtam fel. Erre az adott „jogalapot”, hogy a közelítő vizsgálatoknál az egy, illetve a két csatornából kapott jóslás között elhanyagolható kis különbség volt.

A kiválasztott intervallum: A 100 msec hosszúságú. A kiolvasások közötti távolság: 2 msec. Az operátorintervallum 50 értéke szolgált a jósló szűrő h_i súlyfüggvényének digitális alakban h_1, h_2, \dots, h_6 értékrendszerként való meghatározására. A jóslás 10 msec-mal későbbi értékre vonatkozott ($\eta = 10$ msec).

Ha a csatornának megfelelő adatsor:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_{49}, x_{50}$$



16. ábra. A „jóslás” mechanizmusának vázlata

felírható:

$$\begin{aligned} h_1 x_1 + h_2 x_2 + \dots + h_6 x_6 &= x_{11} & \dots 1. \\ h_1 x_2 + h_2 x_3 + \dots + h_6 x_7 &= x_{12} & \dots 2. \\ & \vdots & \\ & \vdots & \\ h_1 x_{40} + h_2 x_{41} + \dots + h_6 x_{45} &= x_{50} & \dots 40. \end{aligned} \quad (6.1)$$

40 egyenletünk van a 6 h_i meghatározására. A szokásos módon kiegyenlítést alkalmazunk. Ha

$$\sum_{i=1}^6 h_i x_{k+i} = \hat{x}_{k+10}$$

akkor az

$$I = \sum_{K=1}^{40} (x_{k+10} - \hat{x}_{k+10})^2$$

minimumát keressük.

A szokásos módon a $\frac{\partial I}{\partial h_i}$ parciálisok képzésével, majd ezek zérussal egyenlővé tételével felírjuk a normálegyenleteket. A megoldás adja a súlyfüggvény — vagy másképpen: a lineáris operátor — adatsorát.

A jósolt értékeket az operátor segítségével meghatározva, majd a tényleges értékekből kivonva kapjuk a jóslási hibát. Ez az eljárás — legalábbis átlag-négyzetes értelemben — optimálisan eltávolítja a zajt az operátor intervallumban. Feltéve, hogy a zaj statisztikus tulajdonságai állandók ennek környezetében is. Amennyiben a reflexiók statisztikája eltér a zajétól, a zaj jóslására készített adatsor rosszul jósolja meg a reflexiót: annak helyén a jóslási hiba megnő. A hibák futó négyzetes átlagának számítása alakítja ki végül a csatorna jellegzetes képét. Ezek az első ránézésre feltűnő vonások:

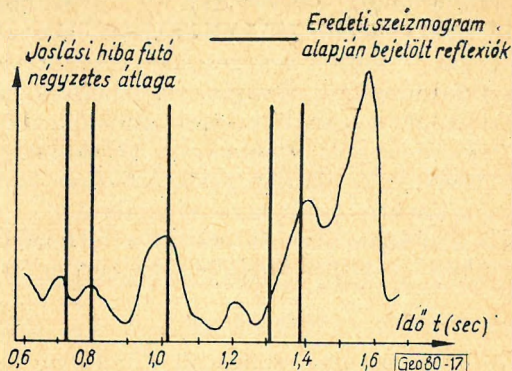
mindenütt pozitív;

jelentős különbségek vannak a maximumok és átlagszint között.

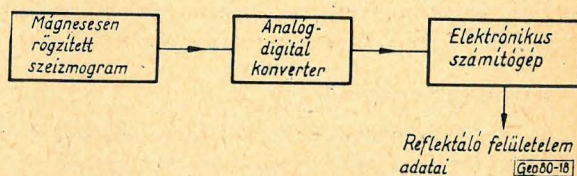
Sajnos, a módszer nem váltotta be a hozzá fűzött reményeket. Sok esetben nem mutatkozik maximum a reflexiók helyén. Máskor maximumok alakulnak ki ott is, ahol nincs reflexió. Természetesen operátorunk gyenge hatásának oka lehet az is, hogy rövid intervallumból és kevés pontot határoztunk meg. Emellett a kiolvasások is pontatlanok lehetnek, a digitáláskor elkövetett hiba is sokat ronthat. A pontos részletek megállapításához további vizsgálatokat kell még végezni. Megjegyzem, hogy az intervallum növelésével elvi nehézségek merülnek fel: a reflexiómentesség, ami önmagában véve is eléggé homályos jelentésű, egyre rosszabb közelítés lesz; a statisztikus állandóság is egyre kevésbé teljesül. A [8] gondolatmenetének vitatható pontja ez az indoklás: a reflexió nagy jóslási hibával jelentkezik, mert az operátort (a súlyfüggvény adatsorát) zajnak zajból történő jóslására számítottuk. Esze-

rint ugyanis a reflexió után is nagy jóslási hibát kellene kapni, mert a reflexióból sem lehet megjósolni az utána következő zajt.

A módszer eredményességében való kételkedést nem csupán saját – és mint említettem kisterjedelmű – számításaimra alapítom. A [8] ábráiról hasonlóan elmondható, hogy sokszor kevés összefüggés fedezhető fel a reflexiók és a jóslási hiba görbe maximumai között. Találomra kiemelve a [8]-ból egy ábrát ellenőrizhetők az elmondottak: 17. ábra.



17. ábra. A jóslási hiba négyzetének futó átlag-görbéje, Wadsworth, Robinson... nyomán (1953)



18. ábra. Ideális feldolgozás blokkdiagramja

Észrevettem, hogy ha a csatorna adatok négyzeteinek futó átlagait rakjuk fel, szintén frappáns maximumokat kapunk. A görbe jellege hasonlít a jóslási hiba futó négyzetes átlagainak görbéjéhez. Most azonban szemléletes kapcsolat van az eredeti és átalakított csatorna között. A [8]-ban kifejtett koncepció szempontjából a futó négyzetes átlag számolása: elhanyagolhatóan kicsiny zaj jelenlétében végzett jóslás. (Ha a zaj jósolt értéke zérusnak vehető, akkor a jóslási hiba görbéje megegyezik magával a csatornával.) Az átlagolás, mint felülvágó szűrő működik. Megfelelő választása kedvező tulajdonságokat ad a „négyzetreemelt” csatornának.

A 12 – 15. ábrák 4. vonalai tüntetik fel a futó négyzetes átlagokat. Ez az igen egyszerű – de éppen emiatt számológéppel könnyen és olcsón számolható – módszer alkalmasnak látszik első tájékozódásra. Ha a jel/zajarány elég nagy, a reflexiók a görbe maximumainak közelébe esnek. Alkalmazását összehasonlíthatjuk valamilyen más szűrővel, amely megfelelően növelia jel/zaj arányt.

7. A szűrés helye az automatikus kiértékelésben

Az ideális automatikus kiértékelés blokkdiagramját a 18. ábra mutatja be. Okvetlenül szükséges a gyors adatbevitel és a gyors számolás, hiszen szeizmogramonként 50 – 100 ezer adat feldolgozásáról van szó. A számolási elvek kidolgozása sürgető feladat. Három csoportjuk:

1. javítások,
2. detektálás; feladata: a reflexiók út-idő görbék előállítása,
3. reflektáló felületelem adatainak számítása.

Ezek közül a 3. ismert. Bármely kézikönyvben megtalálhatjuk az ide tartozó képleteket.

A javítások közé tartozik a szűrés. Célkitűzése lehet szabályos, illetve

statisztikus zajok eltávolítása. A statisztikus zajok szűrésére is felhasználhatunk frekvenciális és hullámhossz (látszólagos sebesség) tulajdonságokat. A dolgozat – mint a bevezetésben is említettem – statisztikus zajok frekvenciális tulajdonságok alapján végezhető lineáris szűrésével foglalkozott. További feladat: a szabályos zajok (ghostok, többszörösök) szűrésének vizsgálata; *frekvenciális és hullámhossz* tulajdonságok (tehát tér és időbeli korrelációs viszonyok) alapján történő szűrés vizsgálata;

nem-lineáris módszerek vizsgálata.

Ez utóbbiak vezethetnek át a reflexiódetektáláshoz, ami – a mondott értelemben – teljes egészében ismeretlen terület.

8. Összefoglalás, következtetések

A hagyományos szűréstől kiindulva megtárgyaltuk az időben állandó paraméterű lineáris szűrés elméletét. Röviden leírtuk a szűrés művelet különböző technikai megvalósítási lehetőségeit. Néhány – a továbbiakban felhasználható – statisztikus függvény definíciója után, Wiener gondolatait követve, foglalkoztunk az optimum szűrő meghatározás elméletével. Megvizsgáltuk a geofizikai feladatra való alkalmazás lehetőségeit.

Következtetéseink:

1. Az alapfeltevések közül nem teljesül a statisztikus állandóság, emiatt időben változó szűrőt; legalábbis szakaszonként változó $h(t)$ súlyfüggvényűt kell meghatározni.

2. Ismereteink a jel és zaj korrelációs függvényeiről és spektrumairól hiányosak. Amíg ezt nem számoltuk fel, nem vihetjük át a szeizmikára az optimum szűrő elmélet eredményeit további egyszerűsítő feltevések nélkül.

3. A „keresztkorrelációs” szűrés (pontosabban a predetection szűrés), ami fehér zaj esetén az optimum, valamivel hatásosabb a konvencionális szűrésnél. Továbbfejlesztésére a várt jelalak analízise szükséges.

4. A jósló szűrő megvalósításában a [8] közelítése nem engedhető meg. A korrelációs függvények pontos ismeretének hiánya itt is nagy hátrány. A kétféle szűrés mód összefoglaló táblázatát az 1. táblán adom meg.

5. A lineáris szűrés megkönnyíti ugyan a jelek detektálását, de nem végzi el. Nem tud elég nagy különbségeket létrehozni a jel és a zaj között. Szükséges a nemlineáris módszerek vizsgálata. A futó átlag a csatornakiolvasások négyzetin alkalmasnak látszik első tájékozódásra.

1. táblázat

Szűrés mód	Kivonatoló szűrő simítás és jóslás	Detektáló szűrő
Bemeneti függvények:	$y(t) = s(t) + n(t)$	
Kimenetek:	$g(t)$	$s_0(t) + n_0(t)$ $s_0^2(t)$
Cél:	$g(t) \approx s(t + \eta)$	$E[n_0^2(t)]_{t=t_1} = \max.$
Működéshez szükséges ismeretek:	korrelációs függvények vagy spektrumok $(R_{sy}, R_y; S_{sy}, S_y)$	a várt jel alakja a zaj spektruma $(s(t); (R_n), S_n)$
Egyszerűsítő feltevések (ebben a dolgozatban):	a súlyfüggvény közvetlenül a csatorna kiolvasásokból megadható	a zaj, „fehér” zaj
Megoldás:	egyenletrendszer megoldása (6.1)	a súlyfüggvény a várt jel idő- beli inverze

- [1] *W. T. Born*: Technical limitations of present geophysical tools.
Geophysics vol. 27. 133–137 old.
- [2] *N. Levinson*: A heuristic exposition of Wiener's mathematical theory of prediction and filtering.
Journal of Math. and Phys. vol. 26 no. 2 (july 1947)
- [3] *Lee, Cheatham and Wiesner*: Application of correlation analysis to the detection of periodic signal in noise.
Proc. IRE 1950.
- [4] *Zadeh, Lotfi A., & R. Ragazzini*: An extension of Wiener's theory of prediction.
Jour. Applied Phys. vol. 21 (1950)
- [5] *Shannon, C. E. and Weaver, W.*: The mathematical theory of communication.
Illions Press, Urbana, Illiona 1949.
- [6] *N. Wiener*: Extrapolation, interpolation and smoothing of stationary time series.
John Wiley, New York, 1949.
- [7] *L. Schwartz*: Théorie des distributions.
Hermann et Cie, Paris, 1951.
- [8] *Wadsworth, Robinson, Bryan, Murley*: Detection of reflection on seismic records by linear operators.
Geophysics, vol: 18,539–586 oldal.
- [9] *J. Jones, J. A. Morrison*: Cross correlation filtering.
Geophysics, vol: 19,660-683 old.
- [10] *J. Jones, H. J. Morrison*: Magnetic delay line filtering...
Geophysics, vol: 20,745–765 old.
- [11] *A Swartz, M. Sokoloff*: Filtering associated with selective sampling.
Geophysics, vol: 19,402–419 old.
- [12] *A. G. Tarchov, Szidarov*: Matematiceszkaja etc. Izv. A k. Nauk. CCCP 1960 No. 10.
- [13] *Van Vleck, J. H. D. Middleton*: A theoretical comparison of visual, aural and reception of pulsed signals.
Jour. Applied Physics, 1946. nov.
- [14] *Zadeh, Lotfi A., J. R. Ragazzini*: Optimum filters for the detection of signals in noise.
Proc. I. R. E. 1952. okt.
- [15] *N. Ricker*: The form and laws of propagation of seismic wavelets.
Geophysics, vol: 18,10–41 old.
- [16] *N. Ricker*: Wavelet contraction, wavelet expansion, and the control of seismic resolution.
Geophysics, vol: 18,769–792
- [17] *C. W. Horton*: The structure of the noise background of a seismogram. I.
Geophysics, vol: 20,565–587
- [18] *C. W. Horton*: The structure of the noise background of a seismogram. II.
Geophysics, vol: 22,261–267 old.
- [19] *E. A. Robinson*: Predictive decomposition of seismic traces.
Geophysics, vol: 22,767–778 old.
- [20] *R. B. Rice*: Inverse convolution filters.
Geophysics, vol: 27,4–18 old.
- [21] *M. K. Smith*: A review of methods of filtering seismic data.
Geophysics, vol: 23,44–57 old.
- [22] *N. Wiener*: Az extrapoláció elmélete. (fordítás)
Megjelent: Beckenbach: Modern matematika mérnököknek cikkgyűjteményben.
- [23] *H. Schlitt*: Systemtheorie für regellose Vorgänge.
Springer–Verlag, Berlin 1960.

A feltörő vizekről

TIHANYI LÁSZLÓ

A fúrt kutakban spontán feláramló víz hajtó erejének eredete nem minden esetben tisztázott. A hiányzó magyarázatot a kútviznek a föld természetes melege által okozott hődilatációjában lehet megtalálni. A kút körüliező rétegek pórusaiban elhelyezkedő víz hőmérséklete, és így fajsúlya is csak fokozatosan változik, míg a közel azonos talphőmérsékletű kútvíz oszlop fajsúlya teljes magasságába kicsi. Az ebből adódó nyomás különbségek oly nagyok, hogy nemcsak elősegíthetik a feláramlást, ahogy azt idáig véltük, hanem fenn is tarthatják azt.

A jelenség kialakításában központi szerepet játszó természetes földhőmérséklet eloszlást a melegvíz termelés megbolygatja. A kölcsönhatások jelentőségének mérlegelése céljából bemutatok néhány rövid eljárást a kútvíz lehűlésének, a lehűléstől védő hőburok kialakulásának számítására. A leegyszerűsített hőmérséklet mezőknék megadom a zárt alakú analitikai megoldását, míg az irodalomban csak a teljes, de hosszadalmas sorfejtéses megoldásokat lehet találni.

Bemutatom, milyen mechanizmussal befolyásolja a termálvíz kitermelése a gyűjtő terület külszínre, jutó hőfluxusát, és honnan adódik a kutak talphőmérsékletének defektusa.

Причины противодействия спонтанно фонтанирующих в пробуренных колодцах воды не всегда ясны. Автор ищет эти причины в тепловом расширении воды, согревающейся за счет естественного тепла недр Земли. Температура и следовательно удельный вес воды, заполняющей поры горных пород, окружающих колодец, изменяются только постепенно, в то время, как удельный вес столба воды колодца, имеющей температуру, близкую к подошвенной, является небольшим. Получающаяся таким образом разность давления не только способствует образованию потока воды кверху, как это предполагалось до сих пор, но и содействует задержанию этого потока.

Распределение температуры Земли, играющую решающую роль в протекании анализируемого процесса, нарушается добычей горячей воды. Для оценки значения различных соотношений, вместо дли тельных разложений, рядов известных из литературы, автором приводятся простые способы вычисления охлаждения воды колодца и образования за счет охлаждения предохранительной оболочки тепла. В дальнейшем рассматривается вопрос о том, с каким механизмом добыча термальной воды влияет на тепловой поток водосборного района, поступающий на дневную поверхность и каким образом получается дефект забойной температуры колодца с режимом дилатации.

Der Ursprung der Triebkraft des spontan aufströmenden Wassers in gebohrten Brunnen ist nicht immer erklärt. Man sucht die Erklärung in der Wärmeausdehnung des in der Tiefe aufgewärmten Wassers. In den Poren der den Brunnen umgebenden Gesteine ändert sich die Temperatur und dadurch das spezifische Gewicht des Wassers nur stufenweise, während das spezifische Gewicht der Wassersäule, die schon die Sohlentemperatur fast angenommen hat, geringer ist. Die sich so ergebenen Druckunterschiede sind so gross, dass sie die Aufwärtsströmung nicht nur begünstigen, wie man es lange geglaubt hat, sondern sie auch aufrechterhalten können.

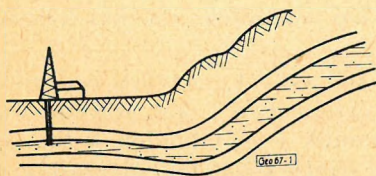
Die in der Ausgestaltung der Erscheinung eine zentrale Rolle spielende Temperaturverteilung wird durch die Thermalwasserförderung gestört. Zwecks Erwägung der Bedeutung der Wechselwirkungen wird es im Vortrag gezeigt, wie man die Abkühlung des Wassers und die Ausformung der gegen die Abkühlung schützenden Wärmehülle statt der in der Literatur befindlichen langwierigen Reihenentwicklungen, mit einfachen Mitteln ausrechnen kann. Es wird ferner dargelegt, mit welchem Mechanismus der auf die Erdoberfläche tretende Wärmefluss des Wasserspeichers durch die Thermalwasserförderung beeinflusst wird, und wie sich der Defekt der Sohlentemperatur eines durch Wärmeausdehnung betätigten Brunnens ergibt.

A víz feltörését különböző okok idézhetik elő. A legegyszerűbb esetben a vízzáró rétegek gyűrődése közlekedő edényt képez, és ha ennek valamelyik ága a környező hegységben a terepszint fölé emelkedik, akkor a megfelelő pontját, a fúrólyukkal megnyitva a terepszint fölötti vízszinthez jutunk.

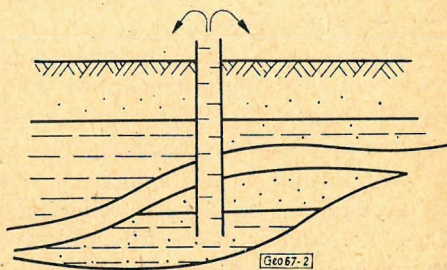
Nem fogadható el azonban ez a magyarázat olyan helyeken, ahol hegység csak igen nagy távolságban van, mint például a Nagyalföld középső területein, ahol pedig igen élénk artézi tevékenység tapasztalható. Az ilyen esetek magyarázatára többféle elmélet ismeretes.

A tároló fölötti kőzettömeg impermeábilis rétegek révén ránehezedhet a vízre, ami azután ha utat nyitunk neki, kipréselődik, felszökik. Ez a jelenség azonban azért nem lehet gyakori, mert akkor elő kellene fordulni, hogy a teljes kőzet tömeg talpnyomása és a vízoszlopnyomás sok száz vagy éppen az ezer métert is meghaladó különbsége szolgáltatassa a statikus felhajtó erőt. Ilyent pedig sehol sem tapasztalunk.

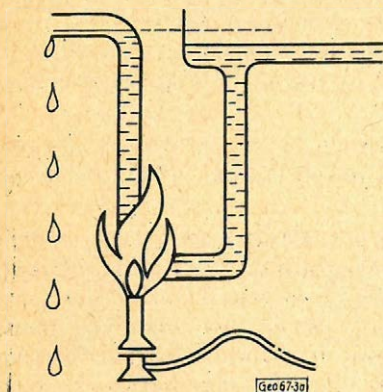
Magas nyomáson a víz igen nagy mennyiségű gázt tud abszorbeálni, ami felszabadulva Heron-labda szerűen felszöktheti a vizet a fúrólyukban. Ez a mechanizmus szintén csak igen tökéletes zárórétegek révén valósulhat meg, amelyeken keresztül geológiai mértékű időtartamok alatt sem egyenlítődik ki a nyomás.



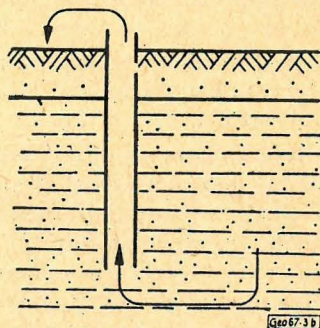
1. ábra. Feltörés gyűrt rétegből



2. ábra. Feltörés Heron-labda elvén



3a ábra. A dilatációs emelőhatás bemutatására szolgáló kísérlet



3b ábra. A dilatációs emelőhatás kialakulása a kőzetekben

A gáz, felhajtó erőt többnyire „gázlift” képződése révén fejt ki, az úgynevezett mammut szivattyúzás elvén. A felszálló oszlopba jutó buborékok, melyeket ott mesterségesen juttatunk le, a fajsúlyt csökkentik, és így ennek talpnyomása annak ellenére kisebb lesz a termelő rétegben uralkodó víznyomásnál, hogy a kifolyás még a terep szintjénél is magasabban van. A gázfázist a fel-törő vízü kutaknál a felszálló vízben bekövetkező folyamatos nyomás-csökkenés váltja ki. Ez a gondolatmenet hallgatólagosan a kút és a környező térségek között kialakuló közlekedő edény feltételezésére épül. A kút vízgyűjtő területe, mint egy függőleges szivárgó áramlás keresztmetszete oly nagy, hogy a vezetőképesség kevésbé permeábilis rétegek dacára is lényeges szerephez jut.

Hasonló körülmények között alakul ki a most ismertetendő termikus felhajtó erő is. Gondoljunk el egy acélgolyókkal töltött fémedényt, amelybe a hëzagok közé még csordultig víz is van öntve. Az edény alján a víztërbe torkolló manométerrel ugyanúgy a perem magasságának megfelelő nyomást tapasztaljuk, mitha az edény tisztán vízzel volna tele. Az acélgolyókat és a fémedényt ugyanis minden további nélkül egyetlen zezzugos közlekedő edénynek tekint-hetjük. Az ismertetendő felhajtó erő ennek megfelelő geológiai adottságok ese-tén alakul ki. A különböző permeabilitású rétegeknek csak több-kevesebb terelő szerep fog jutni, de a víz szabad függőleges mozgását alapjában véve nem akadályozhatják meg.

A jelenség a valóságban egyéb hatókkal együtt jelentkezik, most azonban olyan esetekről fogunk beszélni, melyeknél a fémedény fenekét terhelő össz-súlynak megfelelő rétegnyomás a vízzel nem lép semmiféle statikai kölcsön-hatásba.

Gondoljunk el egy magas, U alakú vízzel telt csövet, melynek egyik szá-rát hevítjük. A közlekedő edények törvénye értelmében a két szárbán csak akkor egyenlő magas a folyadéknívó, ha a bennük levő folyadékok fajsúlya azonos. A melegített szárbán ritkább lesz a víz, szintje tehát feljebb száll. Ha a hëdeg ágat változatlan szint magasság fenntartása mellett korlátlan mennyiségű vízzel tudjuk ellátni, akkor a víz a meleg szárból a felmelegedés ütemének meg-felelő sebességgel egy magasabb szintű kiömlő nyíláson át is folyik. Ha a víz megindult, már nem is kell az egész meleg ágat hevíteni, elég azt lent megtenni, akár szimmetrikusan az U hajlatában, hiszen az áramlás révén a szárat ugyis meleg víz telíti. A fajsúlykülönbség a teljes magasság mentén érvényesül. A je-lenség alapja tehát nem más, mint ami a kémények huzatát is ökozza, a hőkon-vekcio.

Az U cső meleg szára a fúrólyuknak felel meg, a külső, szabad mozgású víz pedig a hëdeg szárnak. A középén melegítő Bunsen-lámpát a Föld belső me-lege helyettesíti.

A vízáadó réteg és az azt beágyazó kevésbé permeábilis rétegek geometriai és porozitás adatai Darcy törvénye értelmében megszabják, hogy a víz mekkora gyűjtő területről terelődik a kútba. A fedő korong növekvő területe az ará-nyos mennyiségben előforduló diszkontinuitások révén egy bizonyos méret fölött már kisebb szivárgás ellenállást jelent, mint a vízáadó rétegben történő vízszintes mozgás. A víz útját pedig a legkisebb ellenállás elve határozza meg. Az így adódó kiterjedt vízgyűjtőterület jelentékeny melegvíz készletet biztosít a kút folyamatos működése számára, valamint nagyobb keresztmet-szetben fogja fel a természetes hóáram utánpótlását.

A kútban kialakuló felhajtó nyomás a külső és belső talpnyomás különbsége

$$P = \int_A^H \varrho_k dh - \int_{-B}^H \varrho_b dh$$

Ez a nyomás fordítható tehát a szűrődés és a csővezeték ellenállásának leküzdésére. Mértéke a méterekben kifejezett vízoszlop magasság. Az A integrációs határ a talajvíz valódi tükrének terepszint alatti mélysége méterekben, H a vízáadó réteg mélysége méterekben, B a kifolyás függőleges koordinátája szintén méterekben. ϱ_k és ϱ_b a $+4^\circ\text{C}$ -os vízre vonatkoztatott relatív sűrűségek.

A hőmérséklet függvényében a víz sűrűsége a

$$\varrho = 1 + p(t)$$

ahol

$$p(t) = 5,3255 \cdot 10^{-5} \cdot t - 7,61532 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 + 4,37217 \cdot 10^{-8} \cdot t^3 - 1,64322 \cdot 10^{-10} \cdot t^4$$

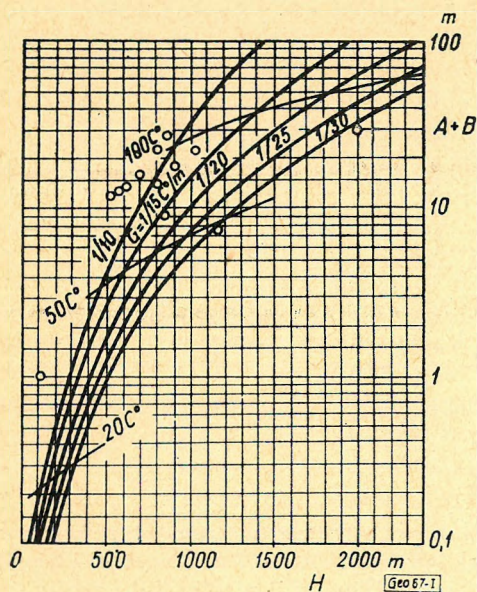
tapasztalati formulával írható le. Ennek tekintetbevételével a $P=0$ statikus állapotban leküzdhető szintkülönbségre az integráció eredményeképpen

$$A + B = p(K + GH)H - \frac{1}{G} F(K + GH)$$

képletet nyerjük ahol

$$F(t) = \int_0^t p(t) dt = -2,66275 \cdot 10^{-5} \cdot t^2 + 2,53844 \cdot 10^{-6} \cdot t^3 -$$

$$-1,0930425 \cdot 10^{-8} \cdot t^4 + 3,28644 \cdot 10^{-11} \cdot t^5$$



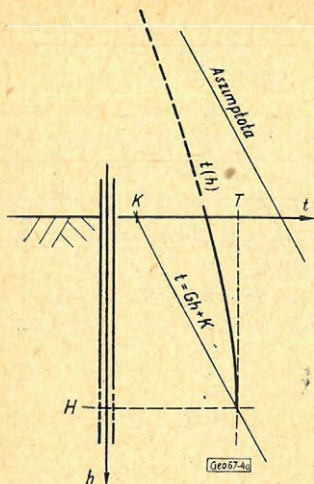
I. A felhajtó nyomás grafikonja

Itt K az évi középhőmérséklet $^\circ\text{C}$ -ban

G a geotermikus gradiens $^\circ\text{C}/\text{m}$ -ben

A nyert összefüggést szívesen az I. grafikon szemlélteti. A megjelölt pontok tapasztalati statikus szintmagasságok.

A geotermikus jelenségek, amint láttuk, nemcsak a hő-kitermelésben játszanak lényeges szerepet, hanem magának a víznek a termelésében is. A kutakon tapasztalható jelenségekből így kölcsönös következtetéseket lehet levonni a



vízgyűjtő térségben lejátszódó geotermikus és hidrogeológiai folyamatok mikéntjére és vizsont. Természetesen a behatóbb számítások magának a felhajtó erőnek a pontosabb kalkulációjához is alkalmazhatók.

Vizsgáljuk meg először is a kútban emelkedő víz lehűlését. A vízoszlop elemi szakaszából a saját hőmérsékletének és a mélységnek megfelelő természetes földhőmérséklet különbségével arányos hőteljesítmény lép ki. Ennek a differenciális követelésnek a különböző vízhozamú kutak esetén

$$t(h) = Gh + K +$$

$$+ \frac{G \cdot N \cdot c}{S} \left\{ 1 - \exp \left[- \frac{Nc}{S} (H - h) \right] \right\}$$

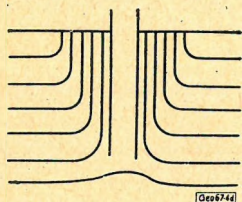
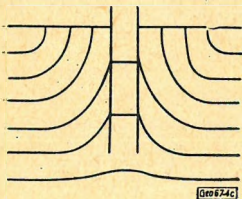
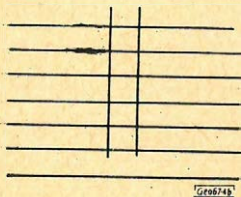
hőmérséklet függvény felel meg. Itt H a vizsgált mélység, S a folyóméterenkénti hővezetés, N a vízhozam, c a víz fajhője, H a vízáadó réteg mélysége. A $t(h)$ függvény a 4a ábrán látható.

A fúróluk folyóméterenkénti végtelen térrel szembeni stacioner S hővezető képességével számolva gyakorlatilag 0 lehűlést kapunk eredményül. Az izotermális felületek ekkor a 4d ábrának felelnek meg. Reális szám adatokhoz csak két nagyságrenddel nagyobb S érték vezet. Ezt nyilván a fúróluk nem stacioner hővezetése okozza. A lyukat övező kőzetek csak évek alatt veszik fel az állandósult állapot magas hőmérsékletét, a hideg kőzetbe ágyazott lyuk hővesztése pedig sokszorta nagyobb.

A hőburok szétterjedésének üteméről szemléletes képet kaphatunk, ha megvizsgáljuk például egy végtelen hosszú harangfüggvény lefutású hengeres góc szétterülését. A hőáramlás

$$\text{div } \vec{q} = \frac{\partial Q}{\partial \tau}$$

kontinuitás egyenletéből, ha a hőtartalmat Q -val, az időt τ -val, a kezdeti állapotot kitzúzó τ_0 pillanattól eltelt időt pedig i -vel jelöljük,



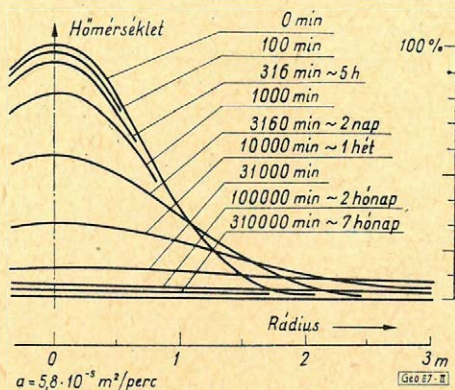
4a ábra. A vízoszlop lehűlése

4b c, d ábra. Izotermák a különböző mérvű lehűlések esetén

$$t(r, i) = T \frac{\tau_0}{i + \tau_0} \exp \left(-\frac{c\gamma}{4\sigma} \frac{r^2}{i + \tau_0} \right) \text{ ahol } \tau_0 = \frac{c\gamma}{4\sigma} R_0^2$$

Hőmérséklet függvény adódik. Itt c_γ a közet térfogati fajhője, σ a közet fajlagos hővezető képessége, T a közép vonal kezdeti hőmérséklete, R_0 az átlagos kezdeti rádiusz. Megjegyzendő, hogy σ/c_γ az ún. hőmérséklet vezetés szám, amit a -val szokás jelölni.

A homokos agyag $c_\gamma/4\sigma = 1/4a = 4300$ perc/ m^2 átlagos értékével számolva a *II. grafikonon* látható eredményhez jutunk. A szétterjedés üteme a kezdő rádiusszal hatványozottan lassul, a stacioner ellenállású kút több száz méteres burka tehát valóban esztendőök alatt alakul csak ki.



II. Hőimpulzus szétterjedése a fúrólukból

A kifejlődő hőburok a feltörő vizet egyre jobban védi a lehűléstől. A tapasztalat szerint az idők folyamán a kutak mégis csökkentik hőmérsékletüket. Ez az ellentmondás egy új jelenségkörhöz vezet. Amíg egy kút mélységi melegvíz készletből táplálkozik, addig a talphőmérséklete nem változhat. A valószínűleg tapasztalható visszaesés arra utal, hogy a vízáadó rétegben felsőbb, hidegebb víztömegek hatolnak be és ezek elérték a szűrőt. Hosszú idő után a vízáadó réteg melegvíz készlete teljesen kicserélődik, és a kút a felsőbb rétegekből kilúgozott hőt kezdi fogyasztani. A talphőmérséklet tehát egyre lejjebb száll. Teljesen azonban mégsem esik vissza a külszín évi középhőmérsékletére, mert a kút vízgyűjtő területén a föld belsejéből jövő természetes hőáram szembe találkozik a leszivárgó hideg csapadékkal. A vezetés útján feltörekvő hőáram töredéke feljut a külszínre, nagyobb részét azonban a sülyedő szivárgás leszállítja a vízáadó rétegbe, ahonnan a kút kitermeli. Ennek a stacioner, de vegyesen szállított és vezetett hőáramlásnak a differenciál egyenlete

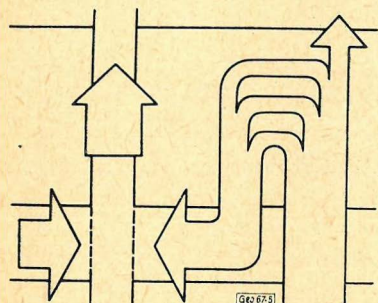
$$\operatorname{div}(\bar{J}_s + \bar{J}_v) = 0$$

amelynek megoldása:

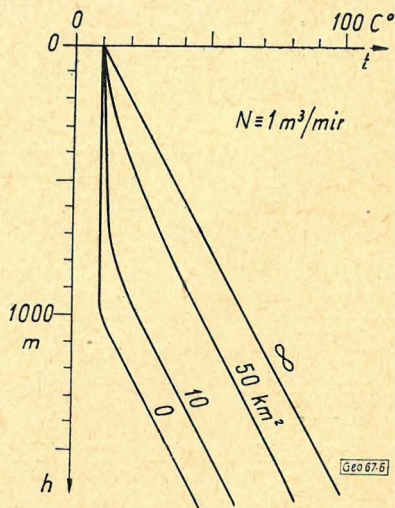
$$t(h) = \frac{G}{B} \exp[-B(H-h)] + K - \frac{G}{B} \exp(-BH), \quad B = \frac{c}{\sigma} \frac{N}{F}$$

Itt B a vízgyűjtő terület leterheltségére jellemző állandó, F a vízgyűjtőterület nagysága.

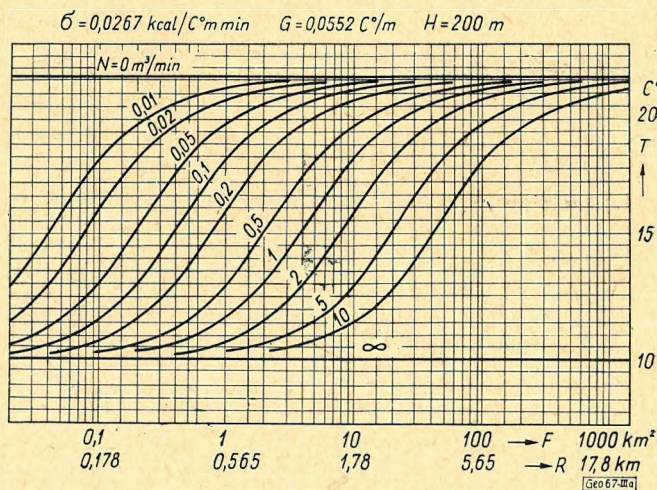
Egy 1000 méteres kút vízgyűjtő területének végtelen hosszú idő alatt kialakuló hőlépcső torzulását a 6. ábrán láthatjuk. A különböző adottságok mellett visszaesett stacioner talphőmérsékleteket pedig a IIIa, b grafikon szemlélteti. Látható, hogy reális méretű vízgyűjtő területekkel nagy visszaesések adódnak. A valóságban tehát a melegvíz készletnek döntő szerep jut. Ha a készlet kifogy, a talphőmérséklet lezuhan, és a vizet felhajtó erő is megszűnhet. Ez a jelenség azt a benyomást kelti, mintha maga a víz is kifogyott volna.



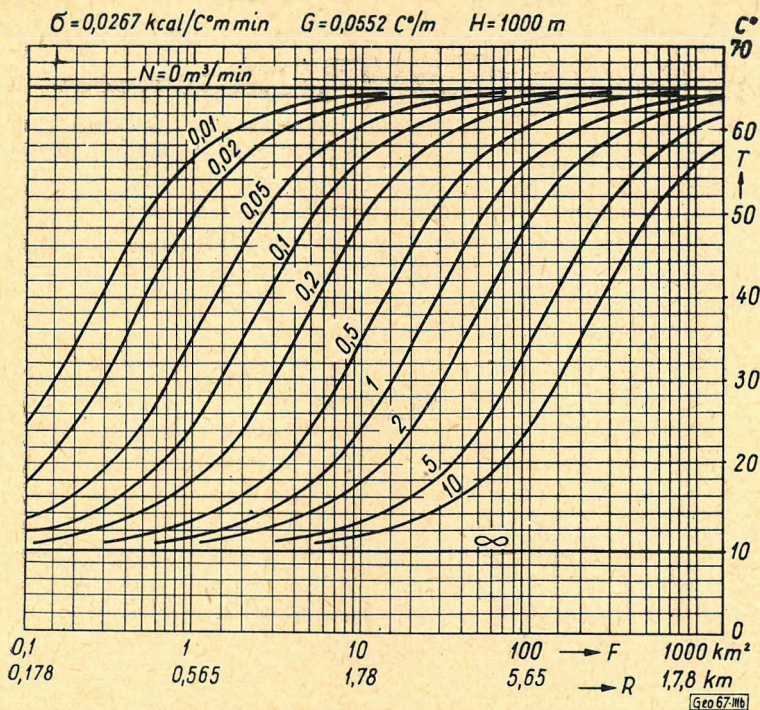
5. ábra. A kút tápterületének hőökonómiaja



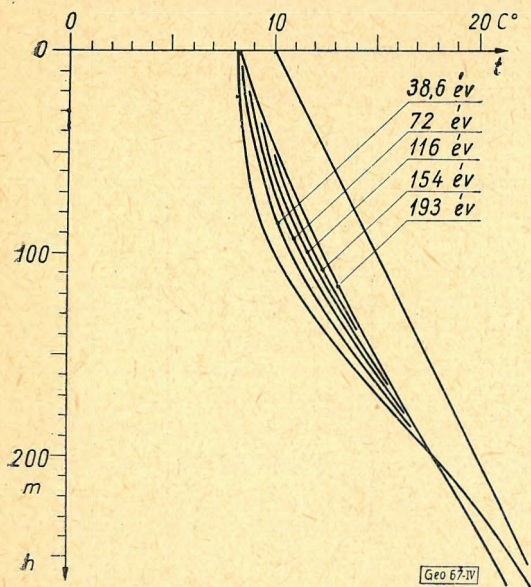
6. ábra. A stacioner állapotú tápterület mélység szerinti hőmérséklet függvénye!



IIIa A talphőmérséklet defektusa $H = 200 \text{ m}$ esetén



IIIb A talphőmérséklet defektusa $H = 1000 \text{ m}$ esetén



IV. Lehült síkréteg regenerációja

A hődilataációs elmélet révén tehát a kutak öregedését is új oldalról közelíthetjük meg, és mindjárt levonhatjuk például azt a gyakorlati következtetést, hogy szabad mozgású vízterületen feltörő vizet kevésbé várhatunk egy termikusan kimerült zónába mélyített új kútból.

A kimerült kutak vízáadó rétege és a környező rétegek át vannak hűlve. Az állandó természetes hőáram idővel helyreállítja az egyenletes hőlépcsőt. Ennek a síkhullám alakban terjedő hőnek azonban évtizedekre van szüksége a feljutáshoz. Egy síkréteg alakú harang-függvény lefutású hógóc, illetőleg hideg zóna

$$t(r, i) = T \sqrt{\frac{\tau_0}{i + \tau_0}} \exp \left(-\frac{c\gamma}{4\sigma} \frac{r^2}{i + \tau_0} \right), \quad \tau_0 = \frac{c\gamma}{4\sigma} R_0^2$$

egyenlet szerint terjed szét. Itt a betűk értelmezése megegyezik a fentebbiekkel. A IV. grafikonon például egy 100 m átlagos vastagságú síkréteg alakú hőgóc szétterülését szemléltethetjük a természetes gradiensre szuperponálva, matematikailag kissé idealizálva. A regenerációs folyamatnak vontatottsága ellenére is jelentősége lehet régi kutak felújításánál.

Befejezésül el kell mondanom, hogy a tárggyal kapcsolatos hellyel-közzel egyoldalúan fizikus látószögű dolgozatomat Dr. Sebestyén Károly közreműködésével egészítettük ki geofizikaiakká.

Függelék

1. A fúrólyuk méterenkénti stationer hőellenállása

A hőellenállás a fúrólyuk hossza mentén nem egyenletes, egy ilyen közelítő számítás mégis jól használható a jelenségkörben való alapvető tájékozódásnál.

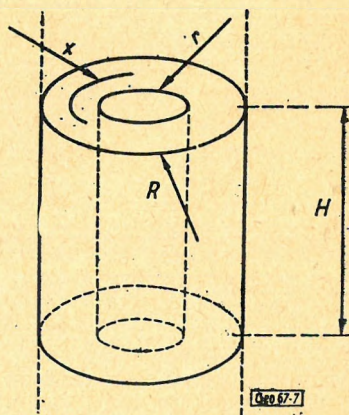
Számítsuk ki az ellenállást a lyukfaltól a talpmélység feléval egyenlő rádiuszig, annak feltételezésével, hogy az áramlástér itt egy végtelen hosszú hengeres tér szakasza. Az elektromos ellenállás

$$R_e = \rho \frac{l}{q}$$

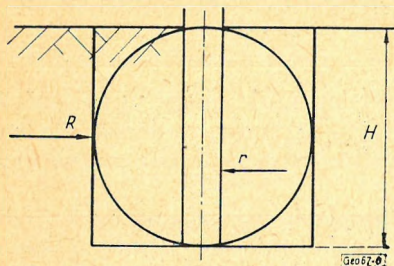
képletének megfelelően az ellenállást most is

$$R'_H = \rho \int_r^R \frac{dx}{2\pi x H} = \frac{\rho}{2\pi H} \ln \frac{R}{r}$$

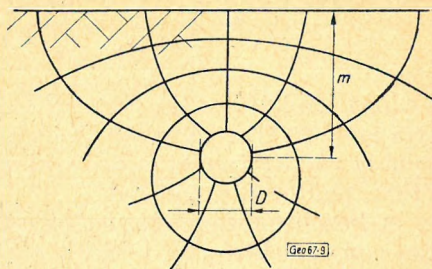
módon számíthatjuk. Ez az integrációs térfogat javarészt az áramlás hengeres struktúrájú zónáját foglalja magába. Innen a végtelenig gömbi struktúrát kellene számolnunk. Ezt azonban gyakorlatilag attól a gömbtől számíthatjuk, amely ebbe a magassággal egyező átmérőjű hengerbe éppen befér. Ismeretes, hogy az ilyen gömb felülete megegyezik a hengerpalástéval. Egymással jól helyettesíthetők, hisz a hőáram a kettőből azonos nagyságú felületen lép ki.



7. ábra. A hőáram hengeres szakasza



8. ábra.



9. ábra. Magyarázó ábra Kennelly képletéhez.

A gömb szétterjedés ellenállása szintén az elektromos esettel teljesen azonos módon számítható:

$$R'_G = \varrho \int_R^{\infty} \frac{dr}{4\pi r^2} = \frac{\varrho}{4\pi} \left[-\frac{1}{r} \right]_R^{\infty} = \frac{\varrho}{4\pi R}$$

Esetünkben $R = H/2$ tehát a külső térrész ellenállása

$$R'_G = \frac{\varrho}{2\pi H}$$

Összesen tehát

$$R' = R'_H + R'_G = \frac{\varrho}{2\pi H} \ln \frac{R}{r} + \frac{\varrho}{2\pi H}$$

A folyóméterenkinti ellenállás ennek H -szorososa:

$$R'_m = \frac{\varrho}{2\pi} \left(\ln \frac{H}{2r} + 1 \right)$$

Például egy $H = 1000$ m mély, $\varnothing = 300$ mm bő, tehát $r = 0,15$ m sugarú fúrás esetén, ha $\varrho = 50 \Omega'm$, azaz a beágyazó kőzet fajlagos hőellenállása $\varrho = 50$ C° perc m/Kcal, tehát egy homokkő-agyag összeletről van szó, akkor a folyóméterenkinti hőellenállás

$$R'_m = \frac{50}{2\pi} \left(\ln \frac{1000}{2 \cdot 0,15} + 1 \right) = 72,5 \Omega'm$$

azaz 72,5 C° perc m/Kcal.

A vízszintesen beágyazott végtelen hosszú hengerek egységnyi szakasza és a föld felszín mint ideális hővezető közötti ellenállást Kennelly az erősáramú kábelek hűtésviszonyaival kapcsolatban vizsgálta, és

$$R' = \frac{\varrho}{2\pi} \ln \frac{4m}{D}$$

képlettel adta meg. Forgassuk gondolatban a fúrólyukat a fél talpmélységben levő tengely körül vízszintes helyzetbe. A lyuknak megfelelő szakaszra akkor $m = H/2$ és $D = 2r$ miatt

$$R' = -\frac{\varrho}{2\pi H} \ln \frac{H}{r} \quad \text{jut, így} \quad R'_m = -\frac{\varrho}{2\pi} \ln \frac{H}{r}$$

Az előző képlettől való eltérések annyira kompenzánsak, hogy ugyanarra a kútra most 70 $\Omega'm$ -t kapunk. Ennek a magyarázata az, hogy az ellenállás jelentősebbik része a lyukat övező szűkebb hengeres térben alakul ki, amit minden esetben pontosan számítottunk.

A közelítő formulához legkorrektebben a homogén közegbe ágyazott hengeres rudak elektromos földelés ellenállásából juthatunk. Ezek számításánál konfokális ellipszoidsereg alakú potenciáalteret vesznek tekintetbe. Verebély felszínhez közeli függőleges elhelyezkedésű esetre vonatkozó elektromos képletéből $m \rightarrow \infty$ határátmenttel azonosan visszkapjuk Kennelly termikus képességét. A folyóméterenkinti ellenállás helyett alkalmazhatjuk a szemléletesebb dimenzióval bíró méterenkinti hővezetést:

$$S'_m = \frac{1}{R'_m} = \frac{2\pi}{\varrho \ln H/r}$$

Az alkalmazott szimbólumok jelentései és egységei

r	a fúrólyuk rádiusza	m
D	a fúrólyuk átmérője	m
m	mélység	m
H	talpmélység	m
ϱ	a beágyazó közet átlagos fajlagos hőellenállása	$\Omega'm$
R'_m	a folyóméterenkinti hőellenállás	$\Omega'm$
S'_m	a folyóméterenkinti hővezetés	S'/m

$$1\Omega' = 1 \frac{C^\circ \text{ perc}}{\text{Kcal}} \quad 1S' = 1 \frac{\text{Kcal}}{C^\circ \text{ perc}}$$

2. A vízoszlop lehűlés függvénye

A kút víz ismeretlen $t(h)$ hőmérséklete és a beágyazó közetnek a geotermikus gradiens és az évi középhőmérséklet által meghatározott

$$t = Gh + K$$

hőfoka közötti különbség arányos a mélység tengelymenti

$$\frac{d}{dh} t(h)$$

lehűléssel, vagyis:

$$\frac{d}{dh} t(h) = C[t(h) - Gh - K]$$

Ezt a differenciál egyenletet a 4. ábrából is kiolvashatóan

$$t(h) = Gh + K + \tau - \tau e^{-A(H-h)}$$

alakú megoldással teljesíthetjük. Visszahelyettesítéssel meggyőződhetünk, hogy ez valóban így van, ha:

$$G = C\tau \quad \text{és} \quad A = C$$

A keresett lehűlés függvény tehát

$$t(h) = Gh + K + \frac{G}{C}(1 - e^{-C(H-h)})$$

ahol

$$C = \frac{S'_m}{Nc} \quad \text{vagy} \quad C = \frac{1}{R'_m Nc}$$

a lehűlés konstansa, a fúróluk folyóméterenkénti hővezető képességének, és a vízoszlop hőszállító képességének viszonya, egysége: m^{-1} .

Az alkalmazott további szimbólumok

h	a vizsgált mélység	m
t	a vízoszlop hőmérséklete h mélységben	$^{\circ}C$
G	a geotermikus gradiens $\approx 0,05$	$^{\circ}C/m$
K	az évi középhőmérséklet	$^{\circ}C$
C	a lehűlés együtthatója	m^{-1}
c	= 1000 a víz fajhője	Kcal/ $^{\circ}C \cdot m^3$
N	a kút vízhozama	$m^3/perc$

Például egy $N = 0,3 \text{ m}^3/\text{perc}$ hozamú, és az előzőekben szerepelt $R_m = 70 \text{ } \Omega \cdot m$ folyóméterenkénti hőellenállású kút esetén a lehűlés együtthatója

$$C = \frac{1}{70 \cdot 0,3 \cdot 1000} = 4,77 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-1}$$

3. A kifolyás hőmérséklete

A $t(h)$ függvényéből $h=0$ -val adódik. Mivel e előforduló hatványai igen kicsik, írható $CH = \delta x$ és az exponenciális függvény a 0 pontra felírt Taylor sorának első három tagjával jól leírható.

$$\begin{aligned} e^{-CH} &= e^{-\delta x} \approx e^0 + \left. \frac{de^{-x}}{dx} \right|_{x=0} \delta x + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2 e^{-x}}{dx^2} \right|_{x=0} \delta x^2 = \\ &= 1 - e^{-x}|_{x=0} \delta x + \frac{1}{2} e^{-x}|_{x=0} \delta x^2 = \\ &= 1 - \delta x + \frac{\delta x^2}{2} = 1 - CH + \frac{C^2 H^2}{2} \end{aligned}$$

tehát

$$t(0) = K + \frac{G}{C} \left[1 - \left(1 - CH + \frac{C^2 H^2}{2} \right) \right] = K + CH - \frac{GCH^2}{2}$$

A hőmérséklet veszteség tehát a talptól a kifolyásig:

$$\delta t = \frac{GCH^2}{2} \quad \text{vagy beírva a } C \text{ jelentését}$$

$$\delta t = \frac{S'_m GH^2}{2Nc}$$

Például $G=0,05 \text{ C}^\circ/\text{m}$, $C=5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-1}$, $H=1000 \text{ m}$ esetén

$$\delta t = \frac{5 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-5} \cdot 10^6}{2} = 0,25 \text{ C}^\circ$$

adódik, ami a tapasztalt defektusoknál jóval kisebb, tehát a lehűlést egyéb tényezők is döntően befolyásolják, és pedig fokozzák. Ilyen lehet a stacioner állapot lassú kibontakozása vagy az, hogy a beágyazó közetben végbemenő vízszintes szivárgás a hőburkot megtámadja. További akadályozó tényezők alig érvényesülhetnek, nem akadályozhat például az áramló víz és a csőfal közötti hőátadás sem.

4. Hőimpulzus szétterjedése a fúrólukkból

A zárt rendszerben áramló hő kontinuitás egyenlete

$$\operatorname{div} \bar{Q} = \frac{\partial Q}{\partial \tau}$$

a fajhő

$$Q = c_v t$$

definíciójával

$$\operatorname{div} \bar{Q} = c_v \frac{\partial t}{\partial \tau}$$

alakú. Fourier törvénye, vagyis a „hővezetés Ohm törvénye” differenciális alakban

$$I_r = \sigma \frac{\partial t}{\partial r}$$

A tengelyirányban nem változó hengerszimmetrikus vektortér divergenciája henger koordinátákban általánosságban

$$\operatorname{div} \bar{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_r)$$

tehát

$$\operatorname{div} \bar{Q} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \sigma \frac{\partial t}{\partial r} \right) = \frac{\sigma}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \sigma \frac{\partial^2 t}{\partial r^2}$$

a divergencia két kifejezését összehasonlítva

$$\frac{\sigma}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \sigma \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} = c_v \frac{\partial t}{\partial \tau}$$

parciális differenciál egyenlethez jutunk, melynek megoldása

$$t(r, i) = T \frac{\tau_0}{i + \tau_0} \exp \left(-\frac{c_v}{4\sigma} \frac{r^2}{i + \tau_0} \right) \quad \text{ahol} \quad \tau_0 = \frac{c_v}{4\sigma} R_0^2$$

τ_0 -al a kezdeti eloszlás kiterjedése vehető tekintetbe, az $i=0$ pillanatban R_0 -nál a hőfok a T csúcs érték e -ed része.

Az alkalmazott szimbólumok jelentése

i	idő	perc
τ_0	peremfeltétel állandó	perc
T	a kezdő középponti hőmérséklet	C°
r	radiális távolság a fúrólyuktól	m
σ	a beágyazó közet fajlagos hővezető képessége	$\frac{\text{Kcal}}{\text{m perc C}^\circ}$
c_γ	a beágyazó közet térfogati fajhője	$\frac{\text{Kcal}}{\text{m}^3 \text{ C}^\circ}$
R_0	a kezdeti hőburok átlagos rádiusza	m

Néhány tájékoztató közetállandó

	σ	c_γ
homokkő	0,026	490
agyag	0,018	305
	$\frac{\text{Kcal}}{\text{m perc C}^\circ}$	$\frac{\text{Kcal}}{\text{m}^3 \text{ C}^\circ}$

5. Síkréteg alakú hőgóc szétterülése

A levezetés menete a hengeres góccal azonos, csak most a divergencia általános kifejezése egyszerűen

$$\operatorname{div} \bar{A} = \frac{\partial A r}{\partial r}$$

Itt az összehasonlítás kedvéért szintén az r jelet használjuk, de a síkra merőleges koordinátára.

$$\operatorname{div} \bar{J} = \frac{\partial}{\partial r} \sigma \frac{\partial t}{\partial r} = \sigma \frac{\partial^2 t}{\partial r^2}$$

az összehasonlítással most

$$\sigma \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} = c_\gamma \frac{\partial t}{\partial \tau}$$

egyenlethez jutunk, melynek megoldása

$$t(r, i) = T \sqrt{\frac{\tau_0}{i + \tau_0}} \exp \left(-\frac{c_\gamma}{4\sigma} \frac{r^2}{i + \tau_0} \right) \quad \text{ahol} \quad \tau_0 = \frac{c_\gamma}{4\sigma} R_0^2$$

6. A síkréteg hőtartama

Az alapsík F területéhez tartozó hőmennyiség például az i pillanatban

$$Q_0 = \int_{-\infty}^{\infty} c_\gamma t(r, i) F dr = 2c_\gamma F \int_0^{\infty} \left[T \sqrt{\frac{\tau_0}{i + \tau_0}} \exp \left(-\frac{c_\gamma}{4\sigma} \frac{r^2}{i + \tau_0} \right) \right] dr$$

Az itt szereplő primitív függvény nem írható ugyan fel zárt alakban, a határozott integrál azonban megadható.

Idézzük Gauss

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

„hiba integrál” képletét és végezzük el felhasználásához a

$$\frac{c_v}{4\sigma} \frac{r^2}{i + \tau_0} = x^2$$

helyettesítést. Ekkor

$$dr = 2 \sqrt{\sigma \frac{i + \tau_0}{c_v}} dx$$

és így

$$Q_0 = 2c_v FT \sqrt{\frac{\tau_0}{i + \tau_0}} \int_0^{\infty} e^{-x^2} \cdot 2 \cdot \frac{i + \tau_0}{\sigma c_v} dx = 4c_v FT \sqrt{\frac{\tau_0 \sigma}{c_v}} \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

Tehát végül

$$Q_0 = 2FT \sqrt{\pi c_v \sigma \cdot \tau_0} = \sqrt{\pi} c_v T F R_0$$

Szembetűnő, hogy i már nem szerepel benne, megfelelően az össz hőmennyiség változatlanságának.

Alkalmazott szimbólumok

F	a síkréteg területe	m^2
Q_0	a bevezetett és szétterülő hőmennyiség	Kcal

7. A kút tápterületének hőmérséklet süllyedése

A stacioner állapot beállta után a szállított hőáram

$$\bar{J}_s = c t P \bar{v} \text{ a vezetett } \bar{J}_v = -\sigma \text{ grad } t \text{ ahol:}$$

t	a közet és a benne szivárgó víz közös hőmérséklete	C°
P	a vízzel telített pórus térfogat aránya az össz térfogathoz	0 dim
\bar{v}	a leszivárgás függőleges sebessége	$\frac{m}{\text{perc}}$ Kcal
σ	a vízzel telített közet fajlagos hővezető képessége	$\frac{m \text{ perc } C^\circ}{\text{Kcal}}$
\bar{J}	hőáram vektorok	$\frac{m^2 \text{ perc}}{\text{Kcal}}$

Mivel $\text{grad } t$ is \bar{v} is függőleges

$$\text{div } \bar{J}_s = \frac{d}{dh} I_s = c P v \frac{dt}{dh}$$

és

$$\text{div } \bar{J}_v = \frac{d}{dh} I_v = -\sigma \text{ div grad } t = -\sigma \frac{d^2 t}{dh^2}$$

Ezeket beírva a hőáram

$$\text{div } (\bar{J}_s + \bar{J}_v) = 0$$

kontinuitás egyenletébe

$$cPv \frac{dt}{dh} - \sigma \frac{d^2t}{dh^2} = 0$$

differentiál egyenlethez jutunk. Ennek megoldása

$$t(h) = Ae^{-B(H-h)} + C \quad \text{ahol} \quad B = \frac{cPv}{\sigma}$$

Ha a kút hozama egyenlő a vízgyűjtő területen történő leszivárgással

$$N = PvF$$

Ennek tekintetbe vételével

$$B = \frac{c}{\sigma} \frac{N}{F}$$

A legnehezebben felmérhető közet állandó, a P porozitás kiegyeszerűsödik!

A hőmérséklet gradiensnek a talpon folyamatosan kell átmenni, éspedig hosszú idő után értéke ismét G lesz. Ebből a

$$\left. \frac{dt(h)}{dh} \right|_{h=H} = G$$

perem-feltételből kiszámítható az A együttható:

$$A = G/B$$

A függvény külszíni pontjához tartozó hőmérsékletnek az évi középhőmérséklettel való egyezéséből

$$t(0) = K$$

peremfeltételből végül

$$C = K - \frac{G}{B} e^{-BH}$$

adódik, úgy, hogy a végleges megoldás

$$t(h) = \frac{G}{B} e^{-B(H-h)} + K - \frac{G}{B} e^{-BH}, \quad \text{ahol} \quad B = \frac{c}{\sigma} \frac{N}{F}$$

Az idáig elő nem fordult szimbólumok

F	a vízgyűjtő területe	m^2
H	a termelő réteg mélysége	m
B	a vízgyűjtő termikus igénybevétele	m^{-1}

IRODALOM

- Ajtai Zoltán: Bányavizek elleni védekezés
Béltéki Lajos: A lyukszelvényezés gyakorlati alkalmazása hazai vízfeltáró fúrásoknál 1959. Geofizikai Közlemények VIII. köt. 1-2. sz.
F. E. Dzerzsinszkij, Int: A víz és vízgőz termodinamikai tulajdonságai, 1955.
Gálfi J., Stegena L.: Geotermikus időbeli változások. 1961. Magyar Geofizika II. évf. 1-2. sz.
Scheffer Viktor: A Kárpát-mendencék néhány regionális geofizikai problémájáról. 1962. Geofizikai Közlemények XI. kötet, 1-4. sz.
Széchenyi Lajos: Termális vizeink hűtőanyagpótlása a Föld belső melegéből. 1962. Magyar Geofizika II. évf. 1-2. sz.

EGYESÜLETI HÍREK

A szeptemberi szimpózium sorozat kiemelkedő állomása, a X. szimpózium, szeptember 14–20. között, nagy sikerrel zajlott le. A záróülés külföldi szaktekintélyeinek az udvariasságon túlmenő olyan jellegű megállapításai, melyek a magyar geofizika nemzetközi vonatkozásában is jelentős szerepét méltatták, – szerénységtelenség nélkül is – úgy érezzük reális eredményeket tükröznek.

A szimpóziumon elhangzott 60 előadás – ebből 28-at külföldi előadók tartottak – nemcsak mennyiségileg, de minőségi szempontból is kétségtelenül előrehaladásról tanúskodik.

A megnövekedett érdeklődést, ami az előadások látogatottságában is megmutatkozott, csak elősegítette az új szervezési mód, a különböző szekciók megteremtése. A témakörök bővülése az újabb kutatási irányok érvényrejuttatását is mutatja, ami eleven érdeklődést váltott ki a résztvevők többségében.

Hogy egymással szót értsünk, annak első feltétele, hogy ismerjük egymást, amit a barátságos hangulatú vacsora, és egyéb baráti összejövetelek csak elősegítettek. E szempont-

ból külön ki kell emelni a tanulmányi kirándulást, – ami a szokványos Tihany-i úttól eltért – változatos programot nyújtva az Északi hegységvidéken. A Piskéstetői Observatóriummal való ismerkedés mellett a miskolci Műszaki Egyetem Geofizika Tanszékének meglátogatása és munkájában való bepillantás az egyesületi tagság nagy többsége számára hiánypótló volt.

Impozáns és felejthetetlen élményt nyújtott az aggteleki barlang óriás-termében tartott hangversennyel összekötött záróülés. Itt fogadta el a tagság azt a javaslatot, hogy a jövőben csak három évenként rendezünk szimpóziumokat, amikor kiosztásra kerül az Eötvös emlékérem is.

Nagy lelkesedéssel ünnepelte az egyesület régi barátait Zatopek akadémikus (Csehszlovákia), Constantinescu (Románia) és Fanse-lau (NDK) professzorokat, mint az egyesület új tiszteletbeli tagjait.

(Rádlér B.)

— . —

Az elhangzott előadásokat Egyesületünk az 1965. év folyamán közreadja.

Az Egyesület vezetősége megvizsgálta – a közgyűlés határozata alapján – a szakosztályok szerinti működés lehetőségét és úgy találta, hogy a geofizikusok tábora jelenleg két nagy ágazatra oszlik aszerint, hogy tevékenységük a felszíni mérésekre, vagy a mélyfúrás mérésekre vonatkozik. Ezért Elhatározta – tapasztalat szerzési jelleggel –, hogy ilyen csoportosításban, két szakosztályban

teszi lehetővé a geofizikusok aktív bekapcsolódását az egyesületi életbe.

A felszíni geofizikai szakosztály vezetői: Rádlér Béla és Erkel András.

A mélyfúrás geofizikai szakosztály vezetői: Dr. Sebeslyén Károly és Barlai Zoltán.

Mindkét szakosztály már a második félévtől működik.



